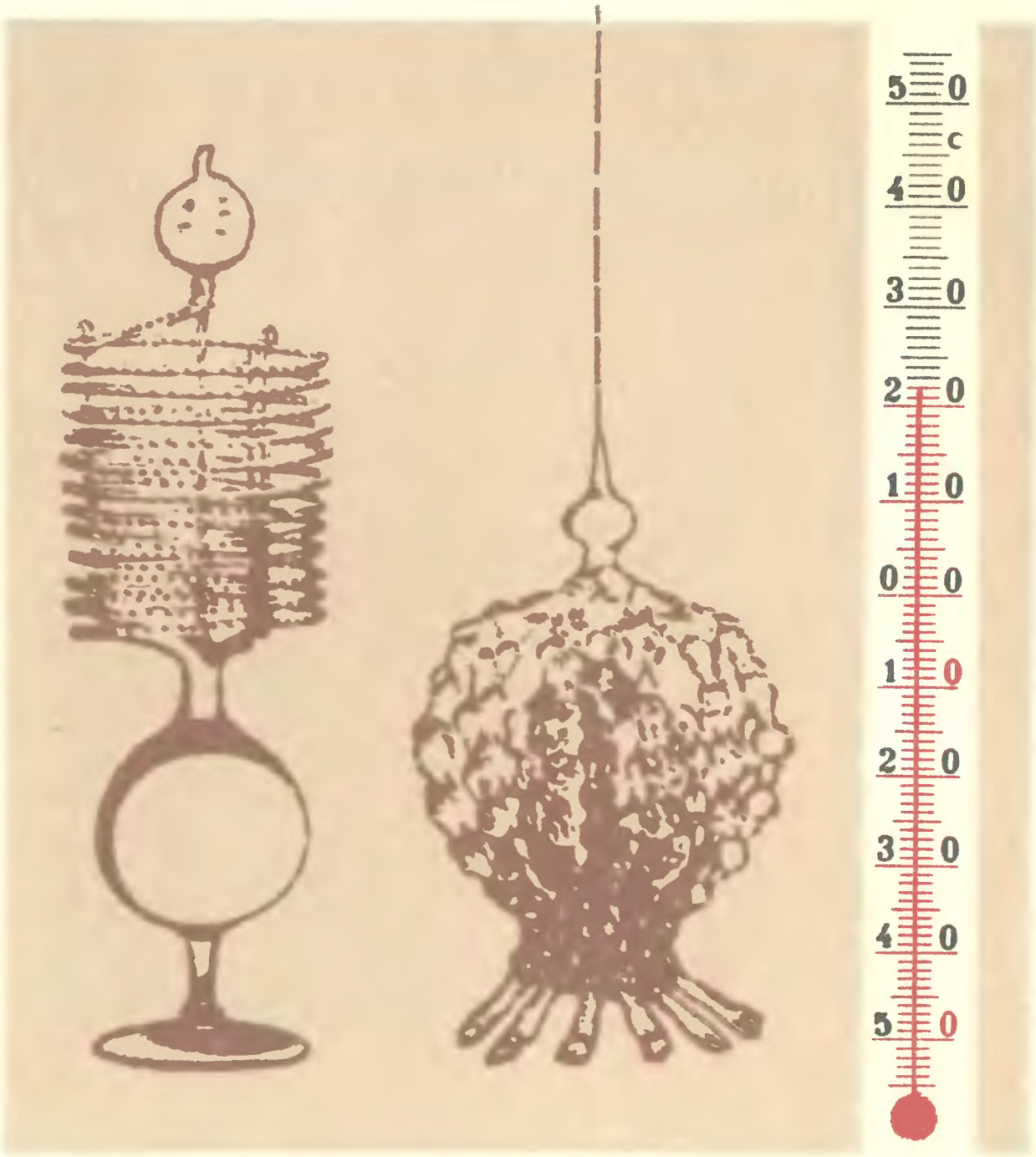
БИБЛИОТЕЧКА ·КВАНТ·
выпуск 12

Я. А. СМОРОДИНСКИЙ

ТЕМПЕРАТУРА



БИБЛИОТЕЧКА ·КВАНТ·
ВЫПУСК 12

Я. А. СМОРОДИНСКИЙ

ТЕМПЕРАТУРА

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1981

22.36
С 51
УДК 536.5

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Академик **И. К. Кикоин** (председатель), академик **А. Н. Колмогоров** (заместитель председателя), кандидат физ.-мат. наук **И. Ш. Слободецкий** (ученый секретарь), член-корреспондент АН СССР **А. А. Абрикосов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, академик **В. М. Глушков**, академик **П. Л. Капица**, профессор **С. П. Капица**, член-корреспондент АН СССР **Ю. А. Осипьян**, член-корреспондент АН СССР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, кандидат хим. наук **М. Л. Смолянский**, профессор **Я. А. Смородинский**, академик **С. Л. Соболев**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**, член-корреспондент АН СССР **И. С. Шкловский**.

Смородинский Я. А.

С 51 Температура. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981, 160 с. — (Библиотечка «Квант». Вып. 12) — 30 коп.

Автор поставил себе целью рассказать о том, как возникло понятие температуры и как была создана температурная шкала. В книжке описываются основные понятия термодинамики и статистической физики в той мере, в какой это можно сделать в рамках знаний учащихся старших классов. Специальные разделы посвящены основным методам измерения и получения низких температур, а также температурам таких интересных объектов, как звезды, «черные дыры» и т. п.

С $\frac{20406-106}{053(02)-81}$ КБ—2-41—81. 1704060000

ББК 22.36
530

С $\frac{20406-106}{053(02)-81}$ КБ—2-41—81. 1704060000

© Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1981

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
ГРАДУСЫ И ТЕМПЕРАТУРА	8
ГАЛИЛЕЙ	9
ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛОТА?	16
ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ	19
ТЕПЛОТА И ХОЛОД	21
ТЕМПЕРАТУРНАЯ ШКАЛА	24
КАРНО	25
ИДЕАЛЬНЫЙ ЦИКЛ КАРНО	27
ВЕЛИКАЯ ТЕОРЕМА КАРНО	33
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ	35
АДИАБАТА	43
ФУНКЦИЯ КАРНО	45
АБСОЛЮТНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР	47
ОТКРЫТИЕ ЛОРДА КЕЛЬВИНА	50
РЕАЛЬНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР	51
МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР	52
КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГАЗОВ	53
СТОЛКНОВЕНИЯ В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ	55
КАКУЮ СКОРОСТЬ ИМЕЮТ МОЛЕКУЛЫ?	56
КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ И ТЕМПЕРАТУРА	59
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПО СТЕПЕНЯМ СВОБОДЫ	61
ТЕПЛОЕМКОСТЬ	63
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА	64
ЧТО ТАКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ?	65
РАЗНЫЕ СРЕДНИЕ	67
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА И ХАОС	68
АБСОЛЮТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА	71
МАГНИТНЫЕ СТРЕЛКИ	77
НЕДОСТИЖИМОСТЬ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ	79
ЭНТРОПИЯ	81
ЦИКЛ КАРНО НА ДИАГРАММЕ *TS*	84
СОПРЯЖЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	85
ЭНТРОПИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА	86
РЕАЛЬНЫЙ, НЕОБРАТИМЫЙ МИР	87
ПЛАТА ЗА РАБОТУ	89
ЕЩЕ ОДНА ФОРМУЛА ДЛЯ ЭНТРОПИИ	91
ДВА НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ	92
ХОЛОДИЛЬНИК	93

НАСОС ТОМСОНА 95
ФОРМУЛА БОЛЬЦМАНА 97
КАК ЗАВИСИТ S ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ? 99
ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ 101
ТЕМПЕРАТУРА АТОМНЫХ ЯДЕР 102
СПИНЫ В РЕШЕТКЕ 104
РАВНОВЕСИЕ СПИНОВ И ТЕМПЕРАТУРА 105
ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ 107
НИЗКИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ 110
МАГНИТНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ 111
ЗАДАЧА ДЛЯ РАЗВЛЕЧЕНИЯ 115
ДРУГОЕ РЕШЕНИЕ 118
ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ 119
УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ КАТАСТРОФА 122
НОВАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСТОЯННАЯ 123
ФОТОННЫЙ ГАЗ 127
ЧЕРНОЕ ТЕЛО 131
РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ 132
ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ 135
ПАРАДОКС ЧЕРНОЙ ДЫРЫ 136
ЕДИНИЦЫ ПЛАНКА 138
ИЗЛУЧЕНИЕ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ 140
ГИБЕЛЬ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ 141
НОВЫЙ ПАРАДОКС 142
ОХЛАЖДЕНИЕ ПУЧКА АНТИПРОТОНОВ 144
ТЕМПЕРАТУРА И ДИСПЕРСИЯ 146
БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ 147
ФЛУКТУАЦИЯ 149
ДЕМОН МАКСВЕЛЛА 152
ВВЕРХ ПО ШКАЛЕ ТЕМПЕРАТУР 155
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 157

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель популярной книги по физике двоякая. Прежде всего, из нее читатель может узнать нечто для себя новое. В этой книге про температуру собрано много разных фактов, о которых не написано в школьном учебнике. Хотя книга и популярная, а далеко не все, что в ней написано, можно понять до конца, поскольку не обо всем удается хорошо рассказать без математики и без тех разделов физики, которые в школе не изучаются.

Против этого недостатка есть только одно средство. Надо быть оптимистом. Пройдет время, читатель узнает и о статистической физике, и о квантовой механике. Тогда для него все рассказанное станет простым и понятным. На дорогах познания нет объездов; чтобы добраться до вершины, надо преодолеть подъемы и перевалы, какими бы тяжелыми они ни представлялись.

Но и не зная всех деталей, полезно в самом начале путешествия получить какое-то представление о том, где проходит дорога и в какие края она ведет. Именно этому должна помочь популярная книга; в этом и состоит ее вторая и, наверное, более важная цель.

В книге о температуре автор хотел рассказать о том, как возникают физические понятия, как появляются новые методы для измерения физических величин и как развитие физики приводит к тому, что старые, привычные понятия переходят во все новые и новые области физики, о самом существовании которых наши предшественники даже не подозревали.

В наше время физика превратилась в единую науку. Изучая один из разделов физики, мы неминуемо попадаем в другие, самые неожиданные ее области.

История о том, как человек обнаруживает законы природы, как создается величественное здание современ-

ного естествознания, — история поучительная и интересная.

Учение о температуре — одна из глав этой истории.

Автор благодарен акад. И. К. Кикоину и проф. М. И. Каганову за замечания, которые они сделали при обсуждении рукописи.

Я. Смородинский

ВВЕДЕНИЕ

Что такое теплота — знают все. Из школьного учебника известно, что частицы в газах, жидкостях и твердых телах находятся в непрерывном движении и что это движение воспринимается как тепло. Энергия движения частиц, усредненная по их огромному числу, определяет температуру.

Все, что касается тепла, изложено в учебнике обычно столь ясно и просто, что этот раздел физики кажется даже скучным.

Но теория тепла возникла не сразу. Очень долго не могли понять ни что такое тепло, ни какая разница между температурой и теплом. Физика — наука сравнительно молодая. Еще 200 лет назад законы природы представлялись как разрозненные правила, выведенные из опыта и почти не связанные между собой. Лишь механика могла соперничать с математикой своей строгостью и стройностью. Только в механике умели выводить формулы, с помощью которых можно было аккуратно рассчитывать машины. К механике приближалась по строгости оптика (геометрическая оптика, как мы сейчас ее называем). Остальные сведения о природе были собраны в две науки — физику и химию.

Физики стремились понять, что объединяет разные разделы науки о природе. Одни из них считали, что все явления надо объяснять, опираясь на механику, и что все в природе состоит из мельчайших частиц: атомов, монад, корпускул (как называли такие частицы в разное время). Другие настаивали на том, что первичным в природе являются жидкости и что Вселенная заполнена всепроникающей субстанцией — эфиром. Тепло также считали одной из жидкостей, и теория теплорода была весьма популярной основой учения о тепле.

Многие физики связывали тепло с движением молекул. Так, в частности, думал Ломоносов. Но превратить

общие рассуждения в строгую науку было нелегко. Происходили удивительные вещи, из наивных представлений о теплороде были выведены правильные результаты. Понятие об атомах долго казалось не нужным для теории тепла.

Теперь все это кажется удивительным: как можно развивать науку о тепле, не задавая вопросы о том, что это такое?

Науке о тепле и посвящена эта небольшая книга. Чтобы как-то ограничить себя, автор в качестве темы выбрал температуру. В книге рассказано, как появилось это понятие и как менялся его смысл по мере того, как ученые все лучше и лучше понимали, что же происходит, когда мы нагреваем или охлаждаем тело.

ГРАДУСЫ И ТЕМПЕРАТУРА

История о том, как научились измерять температуру, интересна и необычна. Термометры были придуманы за много лет до того, как люди поняли, что именно они измеряют.

Измеряя углы на небе, расстояния на Земле или даже время, люди знали, что они делают. О температуре же этого сказать было нельзя. Температура связана с весьма неопределенным понятием теплоты и холода, которые располагались в сознании человека где-то рядом с запахом, вкусом. Но запах и вкус почти не измеряли (по крайней мере точно). Никто не спрашивал и никто не пытался определить, во сколько раз одно блюдо вкуснее другого или на сколько запах сена отличается от запаха роз. Теплые и холодные тела, с другой стороны, всегда можно было расположить в один ряд и на ощупь установить, какое из двух теплее.

Человек с незапамятных времен знал, что когда два тела плотно соприкасаются, то между ними устанавливается (как мы сейчас говорим) тепловое равновесие.

Рука, опущенная в воду, оказывается нагретой (или охлажденной) до той же степени, что и вода.

Печь нагревает воздух в комнате. Металлический стержень, нагреваемый с одного конца, нагревается целиком. Всюду в природе существуют потоки тепла. В этом естествоиспытатели давно видели проявление великих законов природы.

О том, что такое потоки тепла, и что такое тепловое равновесие, и что означает степень нагрева тела, были разные мнения.

Античные ученые и схоласты средневековья сопоставляли с теплом и холодом свойства притяжения и отталкивания. Такое определение мало что могло объяснить.

Наверное, древние врачи были первыми, кому понадобилась сравнительная и притом довольно точная шкала теплоты тела. Они очень давно заметили, что здоровье человека как-то связано с теплотой его тела и что лекарства способны изменить это качество. Лекарствам приписывалось охлаждающее или согревающее действие, и степень этого действия определялась градусами (ступенями — по-латыни). Однако холод и тепло не были противоположными качествами: тепло умерялось влажностью, а холод — сухостью. Великий врач древности Гален — он жил во II веке — учил, что лекарства следует классифицировать по градусам: градус тепла, градус холода, градус влажности, градус сухости. Итак, градусов было четыре, и каждый градус еще разбивали на три части.

Лекарства смешивались между собой, и смеси имели разные градусы. «Смесь» по-латыни — «температура» (temperatura). Правда, Гален не дал численную связь между концентрациями смесей и их градусами. Для этого пытались создавать целые теории, но задача об определении градуса смеси по градусам компонент так и осталась нерешенной.

Таким образом, от древних врачей осталась (хоть и плохо определенная) 12-градусная шкала теплового действия лекарства.

О неопределенных «градусах» тепла нагретого тела говорили и до Галена. Здесь обычно ссылаются на Герона Александрийского, который использовал свойство воздуха расширяться при нагревании. Но настоящая история науки о теплоте началась с Галилея.

ГАЛИЛЕЙ

Никто из современников Галилея не мог сравниться с ним в умении увидеть великие законы в простых явлениях. Все слыхали о том, как много он узнал, размышляя о падении тела на Землю. Но не так хорошо известно, что он был одним из первых (если не первым), кто писал о механической природе тепла. Лю-

бопытен повод, который побудил Галилея к таким высказываниям.

Осенью 1618 г. над Римом появились две кометы. Небесные события всегда вселяли страх или надежду. Интерес к науке необычайно возрос. Люди требовали объяснений и прогнозов.

Линче Чезарини пишет из Рима Галилею в декабре этого же года: «Даже ничем не интересующиеся люди встряхнулись, и даже последние лентяи всего города вскакивают со своих постелей, так что Вы можете себе представить, какое возбуждение вызвало появление двух комет и какие глупые разговоры оно породило». Возникла большая дискуссия о природе комет. Со стороны иезуитов выступает Орицио Грасси, с ним спорит ученик Галилея Марко Гвидузи — председатель флорентийской академии. В обоих выступлениях много места занимают рассуждения об общих целях науки. В спор вступает и Галилей, он публикует книгу, названную им «El saggiatore» (весы для взвешивания золота), в которой он очень подробно излагает свои взгляды на природу физических явлений. Эта книга считается одним из шедевров итальянской прозы и до сих пор служит несравненным образцом полемической литературы.

В ней он говорит, в частности, о нагревании твердых тел при трении и приводит другие доказательства механической природы тепла. Однако он не знал, что механическим путем можно нагреть не только твердые тела, но и жидкости или даже газы. Галилею к тому же мешало и отсутствие численных данных о тепле.

Во времена Галилея естествоиспытатели почти ничего не умели измерять. Даже самое простое измерение длины или объема встречало трудности, так как не существовало никаких общепринятых эталонов длины. Меры длины в разных местах были разные, и сравнивать их было хлопотным делом. Измерять время было еще сложнее. Существовали, конечно, в обиходе часы — солнечные, водяные, песочные, но все они совсем не годились для сколько-нибудь точного измерения небольших интервалов времени. Говорят, что юный Галилей смотрел на качающуюся люстру в Пизанском соборе и измерял период ее колебаний, отсчитывая удары собственного пульса. Законы механики могли быть открыты Галилеем только потому, что он один из первых понял, как важно производить точные измерения.

К изучению тепловых явлений Галилей подошел с тех же позиций; прежде всего он занялся тем, как измерить температуру тела.

Термометры, которые делал Галилей (около 1597 г.), состояли из стеклянного шара D, наполненного воздухом; от нижней части шара отходила трубка, частично заполненная водой, которая заканчивалась в сосуде A, также наполненном водой (рис. 1). Когда воздух в шаре расширялся или сжимался, уровень воды в стеклянной трубке изменялся, что и служило указанием на температуру, например, руки, прикоснувшейся к шару. Однако высота столбика зависела как от температуры, так и от атмосферного давления, и измерять таким термометром сколько-нибудь точно было невозможно. О барометре же во времена Галилея ничего не знали. Только ученик Галилея Торричелли смог установить связь между высотой столбика ртути и атмосферным давлением. При Галилее сама идея, что воздух может давить на землю, казалась достаточно дикой. Поэтому термометр Галилея измерял довольно неопределенную величину, но даже такой термометр позволял сравнивать температуру разных тел в одно и то же время и в одном и том же месте.

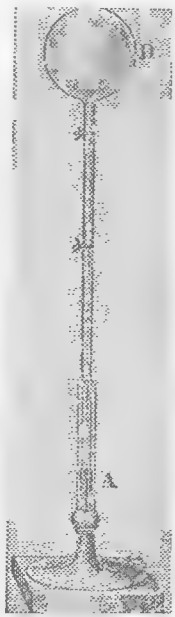


Рис. 1. Термометр Галилея.

Уже тогда с помощью еще несовершенного термометра врач и анатом Санкториус из Падуанского университета начал измерять температуру человеческого тела. Для этого он сам, не зная про Галилея, построил похожий термометр. Искусство изготовления термометров необычайно развилось в Тоскане, где члены флорентийской академии впервые стали систематически измерять давление, влажность и температуру воздуха. Термометры были запаяны, их заполняли не водой, а спиртом, и ими можно было измерять даже тогда, когда вода замерзала. Флорентийские мастера были очень искусны. Они изготовляли стеклянные термометры, нанося на них деления

расплавленной эмалью, так что ими можно было измерять температуру с точностью примерно 1° (по нашей шкале).

Термометры флорентийских мастеров (рис. 2) представляли собой очень красивые приборы, почти произведения искусства. Но, как это бывает, после них искусство изготовления термометров резко упало. Флорентийские академики называли свою академию «Академией опыта». Она была учреждена во Флоренции в 1657 г., но еще в 1636 г. Каспар Энс опубликовал книгу «Математический чудотворец», в которой была глава «О термометре или Дребблевом инструменте, посредством которого исследуется градус тепла или холода, находящегося в воздухе». Сочинение Энса знаменательно тем, что в нем описана 8-градусная температурная шкала и впервые появилось слово «термометр». Что же касается «Дребблева инструмента», то речь шла о термометрах, изготовленных соотечественником Галилея Корнелием Дреббле, который занимался изучением расширения нагретых газов (рис. 3).

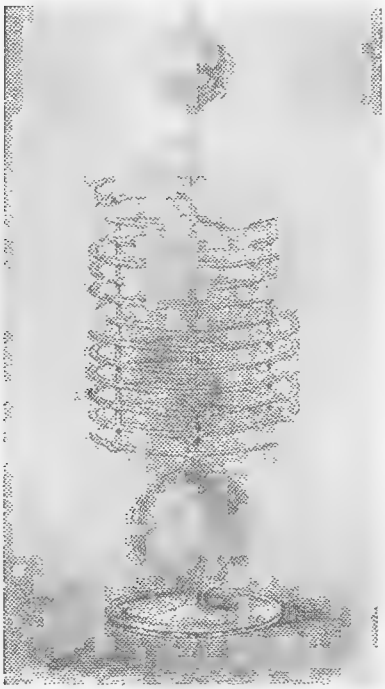


Рис. 2. Термометр флорентийских мастеров.

История термометра многим обязана одному из удивительнейших людей XVII века — Отто фон Герике. Несмотря на то, что он был бургомистром Магдебурга и часто разъезжал с дипломатическими поручениями в разные города Европы, Герике оставил о себе хорошую память в науке. Его опыт с магдебургскими полушариями, которые не могли разорвать 16 лошадей, вошел

в историю физики. Для того чтобы откачать воздух из полушарий, Герике построил первый вакуумный насос. Он изготовил также первый барометр, похожий на прибор Галилея, но с очень длинной трубкой. В отличие от прибора Галилея, из барометра Герике был откачан воздух, так что вода заполняла не только длинную трубку, но и часть шара. Барометр был прикреплен к наружной стене дома, и давление воздуха отмечалось на шкале, на которую указывал пальцем деревянный человечек, плававший в стеклянном шаре. Герике первый стал систематически измерять атмосферное давление и попытался обнаружить связь между изменением давления и погодой. Забавно, что Герике называл свою фигурку «вечным двигателем».

Рис. 3. «Дребблев инструмент».

Не удивительно, что Герике построил и сравнительно хороший термометр. Он состоял из латунного шара, заполненного воздухом, и изогнутой в форме буквы U трубки со спиртом. Как и в барометре, в термометре Герике температуру указывал деревянный человечек, который с помощью шнура и блока был связан с латунной запаянной коробочкой, плававшей в открытом конце термометра (рис. 4).

Термометр Герике также висел на стене его дома. Герике надо было знать температуру воздуха в каких-то абсолютных единицах для того, чтобы можно было сравнивать температуру воздуха в разных местах. Для этой цели на термометре Герике в середине шкалы стояла точка, около которой указатель останавливался при первых заморозках, — эту точку и выбрал Герике за начало шкалы. Ясно, что такой выбор был наивен, но все же Герике сделал первый шаг.

На возможность избрать в качестве опорной точки термометра точку кипения воды указал Гюйгенс в 1655 г. Он прямо писал о том, что при таком выборе можно будет сравнивать температуру («наблюдательную степень теп-

лоты», как он ее называл) в разных местах, не перенося один и тот же термометр с места на место.

Упомянем еще и работу Ньютона «О шкале степеней тепла и холода», опубликованную в 1701 г., в которой описана 12-градусная шкала. Нуль он поместил там же, где помещаем его сейчас и мы, — в точке замерзания воды, а 12° отвечали температуре здорового человека.

Рис. 4. Термометр и барометр Герике.

Ньютон, таким образом, уже в очень четкой форме говорил о температурной шкале; по-видимому, и другие физики того времени вплотную подошли к этой идее. Но термометр еще не стал физическим инструментом.

Понадобилось немало времени, пока пришли к мысли о постоянных точках на шкале температур. Лишь в 1703 г. Гийом Амонтан, комментируя Ньютона, описал в мемуарах Парижской академии новый термометр. В этом термометре измерялось не увеличение объема

воздуха при нагревании, а изменение его давления, для чего воздух запирался столбиком ртути. В новом термометре Амонтан ввел постоянные точки отсчета — точку кипения воды (он не знал еще, что эта температура зависит от давления) и, как это ни удивительно, выбрал в качестве нуля «ту значительную степень холода», при которой воздух теряет всю свою упругость. Свой «абсолютный нуль» он выбрал со значительной ошибкой, поместив его по современной шкале примерно на 240° ниже нуля (но все же это было немалое достижение). К концу своей деятельности Амонтан построил и полностью запаянный термометр, сделав его, наконец, совсем не зависящим от давления атмосферы.

Первый современный термометр был описан в 1724 г. Даниелем Фаренгейтом, стеклодувом из Голландии. Современников удивило, что спиртовые термометры, изготовленные Фаренгейтом, согласовывались между собой. Секрет Фаренгейта был просто в том, что он очень аккуратно наносил деления на шкалу, используя для этого несколько «опорных» постоянных точек. Самую низкую температуру суровой зимы 1709 г. он имитировал смесью льда, поваренной соли и нашатыря. Вторую точку он получал, погружая термометр в смесь льда и воды. Расстояние между этими двумя точками Фаренгейт разделил на 32 части. Свою шкалу он проверял, измеряя температуру человеческого тела. Новая точка попадала на 98°. Позднее он ввел еще и четвертую «опорную» точку — точку кипения воды. Она лежала при 212°.

Разные термометры Фаренгейта можно было сверять друг с другом, сравнивая их показания в разных «опорных» точках шкалы. Поэтому они прославились своей точностью. Такая шкала до сих пор в ходу в Англии и США.

Во Франции в употребление вошла шкала Реомюра (около 1740 г.), построенная на точках замерзания воды (0°) и ее кипения (80°). Реомюр из своих измерений вывел, что вода расширяется между этими двумя точками на 80 тысячных своего объема *). Спирт был вскоре заменен ртутью (Демоком), коэффициент расширения которой меньше изменялся с температурой, чем у спирта.

Современная шкала Цельсия была предложена в 1742 г. Шведскому физику не нравились отрицательные

*) Правильное значение 84/1000.

температуры, и он счел нужным перевернуть старую шкалу и поместить нуль в точку кипения воды, а 100° — в точку ее замерзания. Но «перевернутая шкала» не приобрела популярности и была очень скоро «перевернута» обратно.

Можно добавить еще несколько слов о термометре со шкалой Делиля. Ртутные термометры петербургского академика Делиля были весьма популярны в России в первой половине XVIII века. Шкала этих термометров была разделена на 150 частей. Термометры были хорошо сделаны, но все же не продержались долго, уступив место термометрам Реомюра.

До революции в России была принята шкала Реомюра — термометры Реомюра висели на улицах и во всех домах. Лишь в тридцатых годах они были вытеснены термометрами Цельсия.

В Англии и США до сих пор распространен термометр Фаренгейта, и, читая английские книги, не следует удивляться, что мясо надо запекать при температуре 350—400° и что температура ребенка 98° не вызывает тревоги у матери.

ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛОТА?

К началу XIX века термометр стал совсем обычным прибором. Но о том, что измеряет термометр, единого мнения еще долго не было.

К этому времени свойства газов были основательно исследованы. Связь давления газа с его объемом была выяснена еще в 1662 г. Знаменитый закон, который мы называем законом Бойля — Мариотта, на самом деле был обнаружен учеником Бойля Тоунлеем, которому пришло в голову сравнить столбцы чисел в лабораторном журнале своего учителя. Мариотт же опубликовал свою работу лишь в 1679 г. Закон изменения объема газа с температурой был открыт в 1802 г. Дальтоном и Гей-Люссаком. Аккуратно сформулировать этот закон было не очень легко, так как для этого надо было уже уметь хорошо измерять температуру. Поэтому коэффициент α в законе Гей-Люссака $V = (1 + \alpha t)\, V_0$ (V_0 — объем при $t = 0$ °C) был долго известен с ошибкой. Гей-Люссак считал его равным 1/266, Карно принимал его равным 1/267, Менделеев использовал почти современное значение 1/273.

Но научившись измерять температуру, физики не очень продвинулись в понимании того, что же такое тепло.

Даже в механике долго путали разные понятия: сила, энергия, импульс. Механики XVIII века спорили о том, что является мерой движения — кинетическая энергия или импульс. Кинетическую энергию долго называли «живой силой», в отличие от «мертвой силы» — например, энергии сжатой пружины.

Понятия «тепло» и «температура» разделить было еще труднее. Когда нагревают тело, температура его повышается. Когда тепло перетекает от одного тела к другому, температура одного тела падает, а другого — повышается.

Тепло во многих случаях ведет себя, как ручей, текущий с горы в долину. Аналогия между теплом и жидкостью стала еще более убедительной после открытия электрических явлений; электрический ток также течет по проводам, как река, выравнивая потенциал между двумя заряженными телами.

В 1893 г. французский физик Бриллюэн писал так: «Что касается меня, то я остаюсь при убеждении, что определение температуры тела как количества энергии, потенциальной или кинетической, полной или частичной, одной обыкновенной материи представляется ошибочным. Температура, определяемая таким образом, будучи довольно просто связанной с термодинамическими свойствами газов, не имеет, по-видимому, никакой связи с условиями равновесия при излучении в пространство, свободное от материи. В этом последнем случае неизбежное вмешательство эфира привело г. Буссинеска к совершенно иному определению температуры — определению, которое очень мало известно, но кажется мне гораздо более удовлетворительным и плодотворным...»

Интересно посмотреть, что это за определение температуры, которое так понравилось Бриллюэну.

В давным-давно забытой всеми статье «Исследование принципов механики, молекулярного строения тел и новой теории совершенных газов», которая была напечатана в 1773 г., Буссинеск так определил температуру: «Можно назвать абсолютной температурой небольшого объема эфира половину живой силы, которой он обладает при единице массы, или количество, пропорциональное ей». Сейчас нелегко вложить смысл в это определение,

мы его привели только для того, чтобы подчеркнуть, какими трудными для понимания оказались вещи, которые потом становятся простыми.

Можно все же понять, почему появились столь непонятные нам высказывания. Дело в том, что кроме газов, которые не так уж трудно представить как собрание молекул (по крайней мере в конце XIX века так уже считало большинство), существовало еще излучение. Излучение, источником которого могли служить, например, атомы газа, несет с собой энергию, интенсивность излучения (или распределение энергии по длине волны вдоль спектра) определяется температурой излучающего газа. Энергия излучения казалась не связанной с атомами, и понять его природу было очень трудно.

Трудной была и задача определения закона распределения энергии по спектру; над ее решением работали самые сильные физики того времени. К этой задаче мы еще вернемся, сейчас же надо лишь почувствовать, сколь трудно объяснить, куда девается энергия, которую газ отдает излучению. Электромагнитные волны считались тогда колебанием мировой среды — эфира, непрерывно заполняющего все пространство, а потому именно эфир и должен был быть носителем тепловой энергии и вместе с ней и температуры.

Развитие науки — необычайно интересный и сложный процесс. Можно любоваться красотой избранного пути, только находясь в его конце; в начале наука представляется запутанным лабиринтом, где почти все проходы кончаются тупиками. Но уроки истории науки часто не идут впрок: новые исследователи столь же уверенно устремляются по неверным дорогам, верный же путь удается найти лишь тем, кто может преодолеть консерватизм научного мышления.

Трудности с излучением возникли не на пустом месте. Еще Кельвин не мог понять, какая доля энергии в газе приходится на колебания молекул. Молекулу представляли себе в виде очень маленького упругого шарика, подобного сложному, запутанному клубку пружинок, каждая из которых должна забирать свою долю энергии. Но такая модель явно противоречила опыту. Количество тепла, которое надо затратить на нагревание газа, т. е. теплоемкость газа, было таким, какое должно было тратиться на движение молекулы как целого; на долю колебаний практически ничего не оставалось. Кельвин был

в полном недоумении и даже думал, что теоремы кинетической теории тепла, открытые Максвеллом, неверны.

О кинетической теории мы еще будем говорить подробно. Здесь мы только подчеркнем, что к простому для нас сейчас представлению о движущихся атомах было не так-то легко привыкнуть. Главным препятствием к этому было излучение, которое совсем не похоже на собрание атомов и казалось непрерывной средой.

Парадоксы со спектром излучения и с теплоемкостью молекул казались ловушкой, хитро подстроенной природой. Из этой ловушки физик, верящий в классическую физику, не мог найти выхода. Кельвин пытался показать, что тепловое движение не возбуждает колебаний молекул, и считал, что он «окончательно» доказал ошибочность кинетических идей Максвелла. Как мог знать Кельвин, что классическая физика в принципе не могла разрешить возникших парадоксов? Решение пришло только с квантовой гипотезой Планка.

Но еще до открытия Планка на правильный путь вступил Нернст. Именно он первый понял, что некоторые типы движения не участвуют на равных правах в распределении энергии, что они «замораживаются» при низких температурах и вступают в игру только при высоких. Эти глубокие идеи позволили Нернсту угадать закономерности явлений вблизи абсолютного нуля, хотя их реальный смысл стал ясен лишь много позже — в квантовой механике.

Планк и Нернст принадлежали к тем физикам старого поколения, которые с энтузиазмом встретили новые идеи XX века. Именно они ввели Эйнштейна в круг крупнейших физиков своего времени. Оба они дожили до тех дней, когда их идеи вошли составной частью в великое здание квантовой физики.

ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

Понятие «тепловое равновесие» очень часто встречается в теории тепла, и нам необходимо сказать о нем несколько слов перед тем, как мы перейдем к дальнейшему. Наиболее просто понять, что такое тепловое равновесие, в случае одноатомного газа. Если газ в сосуде ведет себя так, что во всех точках сосуда темпера-

тура одинаковая, — естественно, что при этом и температура стенок сосуда также всегда одна и та же, — то газ находится в тепловом равновесии. Это значит, что в таком газе тепло не перетекает из одной части сосуда в другую, в нем не меняется ни давление, ни химический состав и, вообще, с точки зрения классических тепловых явлений в газе «ничего не происходит».

Великим законом природы мы должны считать тот факт, что тепло всегда перетекает от горячего тела к холодному, т. е. что температура соприкасающихся тел стремится выравняться. В механике процессы могут протекать по-разному: маятник может качаться в разных плоскостях, колесо можно вращать в любую сторону. С теплотой дело обстоит по-другому: горячий чайник остывает в комнате сам по себе, но сам по себе он не может нагреться; чтобы охладить холодильник, надо совершить работу. Можно нагреть комнату электрическим камином, нельзя нагреть камин только за счет охлаждения комнаты.

Тепло течет всегда так, чтобы температуры выравнивались, чтобы система переходила в состояние теплового равновесия. Переход в состояние теплового равновесия может быть сложным и достаточно долгим процессом.

Мы говорим, что сосуд термоизолирован, когда поток тепла сведен к минимуму (так устроен термос). Бывают и более хитрые случаи. В нагретой плазме температура электронов может отличаться от температуры ионов — это как бы смесь газов разной температуры, — температура между ними выравнивается сравнительно медленно. Так что в плазме в одном месте могут быть две температуры. Каждая из систем — электроны и ионы — находится в тепловом равновесии: электроны — между собою, ионы — между собою. Поток же тепла между ионами и электронами затухает медленно. Мы встретимся с такими потоками, когда будем говорить о Вселенной или о магнитном охлаждении кристаллов.

Сейчас мы подчеркнем еще раз: в природе соприкасающиеся тела стремятся выравнять свои температуры. Если в систему не поступает энергия в виде тепла или в другой форме, то система переходит в состояние теплового равновесия, в котором потоки тепла в конце концов исчезают.

ТЕПЛОТА И ХОЛОД

О том, что такое тепло, издавна существовали разные мнения. В 1620 г. Фрэнсис Бэкон, систематизируя данные об источниках тепла и холода, собирал их в таблицы. В этих таблицах можно было найти молнии и зарницы, пламя и болотные огни. Здесь же были ароматические травы, которые при внутреннем употреблении дают ощущение тепла. Из всего этого Бэкон каким-то образом делает вывод, что теплота есть «расширяющееся движение...». В 1658 г. вышли в свет сочинения Пьетро Гассенди. По его мнению, тепло и холод — это разные материи. Атомы холода острые (они имеют форму тетраэдров), проникая в жидкость, они скрепляют ее.

Представление об атомах трудно проникало в физику. Более понятной казалась теория теплорода, приписывающая теплу свойство жидкости, перетекающей из одного тела в другое. Теплород был сродни флогистону, гипотетической субстанции, связанной с огнем, — иногда их даже путали. Теплород, казалось, хорошо объяснял свойства тепла. Химики объясняли горение и окисление выделением теплорода. Теория теплорода завоевала широкое признание в последней четверти XVIII века. Один из естествоиспытателей того времени писал: «...свету приписали два свойства: способность светить и способность нагревать. Те, которые считали свет колебанием эфира, полагали, что и теплота состоит из подобных же колебаний и движений, производимых эфиром в частицах тела. Но в новейшее время теплоту отделили от света и уже не считают непосредственным действием последнего».

Теория теплорода (мы бы говорили, модель теплорода) объясняла очень многое. Теория теплового двигателя, построенного Карно, была основана на модели теплорода. Однако эта модель не выдерживала испытания, когда дело касалось закона сохранения.

Если бы тепло было какой-то жидкостью, то она, протекая, сохранялась бы: ее количество не должно было изменяться. Так и считали: сколько тепла забрали от нагревателя, столько получил и холодильник.

На первый взгляд так оно и есть: охлаждается чайник, нагревается воздух. Но часто бывает совсем не так.

Первым, кто обратил на это внимание, был Бенджамен Томсон (ставший впоследствии графом Румфордом). Он

наблюдал за тем, как в Мюнхенском военном цейхгаузе сверлят стволы пушек. Раньше никто серьезно не задумывался, почему нагревается ствол. Румфорд же задал себе этот вопрос и не нашел ответа. Единственное решение могло бы состоять в том, что в стружках содержится меньше теплорода, чем в сплошной отливке, и избыток его и выделяется при сверлении. Но тогда стружку было бы легче нагреть, чем сплошной металл, у стружек должна была быть меньше теплоемкость, чем у сплошного металла, но это решительно противоречило опыту.

Еще большая неприятность заключалась в том, что затупленные сверла «порождали» больше тепла, чем хорошо заточенные. Непонятным образом сверлением можно было добыть неограниченное количество тепла. Все это никак не укладывалось в простую модель перетекающего с места на место теплорода. Чаша весов склонялась к тому, чтобы связать природу теплоты с движением. К сожалению, точность опытов была в конце XVIII века еще очень мала, и, хотя Румфорда поддержали Дэви и Юнг, которые также говорили о роли колебаний и вращений молекул в любых веществах, вся эта история мало кого разубедила.

Но теория остается бесплодной, пока гипотезы остаются словами и их смысл не переводится на язык цифр и формул. Связь энергии с теплотой была установлена в опыте Джеймса Джоуля (1873 г.), давшего количественную связь между работой и теплом. Джоуль показал, что, размешивая мешалкой жидкость и нагревая ее таким образом, надо тратить 460 кГм работы на каждую большую калорию, полученную жидкостью *). Несколько раньше Джоуля эту же величину, но с меньшей точностью (365 кГм/ккал) вычислил Роберт Майер, использовав результаты опытов Гей-Люссака по расширению газов в пустоту.

Теперь модель неуничтожающейся жидкости, теплорода, стала помехой для дальнейшего развития теории и быстро сошла со сцены. Была еще одна трудность, которую встретила модель теплорода. Если теплород — это род жидкости, которая совершает работу при перетекании от более высокого уровня (от более высокой температуры) к более низкому, то нельзя было понять, что происходит в неоднородно нагретом теле в процессе вы-

*) В другой серии опытов Джоуль получил значение 423 кГм,

равнивания температуры. Куда девается работа, которая должна возникнуть при перетекании теплорода.

Теплопроводность представляли себе в то время как некоторое волновое движение внутри тела, которое передается также от одного тела к другому.

Но даже если не обращать внимания на «пропажу» работы, такая картина не могла объяснить, как передается тепло через вакуум — например, от Солнца к Земле. Говорили о колебаниях эфира, но получить из таких представлений сколько-нибудь убедительную теорию было нельзя. Теория теплорода явно терпела одну неудачу за другой.

О том, что теплота связана с движением, говорили многие естествоиспытатели. Высказывания по этому поводу можно найти у многих. Писал об этом Декарт Даниил Бернулли пытался вывести формулу для давления газа.

Особого упоминания заслуживает английский физик Гук. У нас в памяти он сохранился в основном как автор закона Гука в теории упругости.

Гук был одним из замечательнейших ученых XVII века. Ученик Бойля, он оказывал своими идеями большое влияние на учителя. По-видимому, Гук знал о законе всемирного тяготения независимо от Ньютона (об этом законе говорил и их современник Врен). Он много занимался оптическими явлениями. Гук очень ясно говорил о связи между теплотой и движением — колебаниями частиц в нагретом теле. Но, высказывая блестящие гипотезы, он не умел их проверить, не умел перевести свои идеи на язык математики. Поэтому открытие закона всемирного тяготения стало подвигом Ньютона, поэтому имя Гука не упоминается и среди основателей теории тепла.

Правильные идеи, как мы уже говорили, высказывал Ломоносов. Многие философы (так же как Гиббс и Локк) говорили о теплоте как о движении. Стоит упомянуть и о том, что Локк, по-видимому, первый (около 1700 г.) писал о максимальной степени холода, которая «...означает прекращение движения неосязаемых частиц...». Но и философы не могли превратить неопределенные высказывания в физическую теорию, которую можно было проверить на опыте.

Дальше всех продвинулся Максвелл. Кинетическая теория тепла, созданная Максвеллом, позволила понять тепловые явления на основе классической механики.

В работе Максвелла появилась формула для распределения движущихся частиц по скоростям; формула позволяла вычислить постоянные, характеризующие свойства тел, — такие, как теплопроводность и вязкость газа, и установить их зависимость от температуры.

Подобно Ньютону, создавшему небесную механику, Максвелл положил начало статистической физике (или, как ее называли в прошлом веке, кинетической теории газов).

Но и у Максвелла были предшественники.

Первая формула новой теории тепла была получена задолго до Максвелла. Но, как это бывает с «преждевременными» открытиями, ее мало кто заметил. В дальнейшем еще будет рассказано о работах Ватерстона. Сейчас же надо вернуться к термометру и температуре.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ШКАЛА

Во всех приборах, которые были придуманы в XVIII веке, измерение температуры сводилось к измерению длины столбика воды, спирта или ртути. Можно было, конечно, сделать два одинаковых термометра и добиться того, чтобы их показания были всегда одинаковыми. Но термометры работали только в ограниченном интервале температур. Наполняющие их вещества замерзали и кипели, и этими термометрами нельзя было измерять очень низкие или очень высокие температуры. Кроме того, полезно было знать соотношение между градусами в разных местах шкалы. Измеряя количество тепла, которое требуется для нагревания какого-то тела на один градус, например, при комнатной температуре и при 1000°, нельзя было понять соотношение между градусами в этих точках. Перед зарождающейся термометрией возникли две задачи. Надо было, во-первых, установить «опорные» точки — условия, которым бы соответствовали какие-то выбранные точки на шкале термометра, в частности начало отсчета этой шкалы, — и, во-вторых, придумать такое определение градуса, которое не зависело бы от конкретного термометра и могло бы быть использовано для построения шкалы в любом месте Земли и в любое время.

Шкала Цельсия точно устанавливала положение двух точек — 0 и 100 градусов, расстояние между которыми на шкале было разбито на равные части. Но роль ка-

ждого деления оставалась неопределенной. Необходимо было еще понять, что происходит в теле, когда ртуть в термометре (который находится с этим телом в контакте) поднимается на один градус. Проще всего было бы предположить, что при этом энергия тела (или содержащееся в теле тепло) увеличивается на одну и ту же величину. Такая величина, отнесенная к единице массы тела, называется удельной теплоемкостью.

Но из опытов хорошо известно, что теплоемкость разных тел разная и что даже у одного и того же тела она изменяется с температурой — в разных местах шкалы надо затратить разное количество тепла, чтобы нагреть тело на один градус. Поэтому обычные вещества для такой цели не годятся.

Однако существует способ создать тело, которое приближенно обладает нужными качествами. Это идеальный газ, давление которого по закону Гей-Люссака изменяется линейно с температурой (при постоянном объеме). Реальные газы оказываются очень близки к идеальному, если давление газа, а значит, и его плотность очень малы.

Конечно, такой способ нельзя использовать при любых температурах и давлениях, так как все газы перестают когда-нибудь быть похожими на идеальный.

Тем не менее газовый термометр используется как эталонный почти для всех температур, достижимых в лаборатории.

Но как же все-таки определить температуру более строго?

Если температура есть физическая величина, то должен же существовать способ ее определения, который, хотя бы в принципе, не зависел бы от того, какой материал используется для устройства термометра. На такой вопрос можно было ответить лишь после того, как возникла термодинамика. Ответ нашел Клаузиус в 1848 г., основываясь на учении Карно о тепле.

КАРНО

Теория тепла имеет свой год рождения. В 1824 г. в Париже выходит книга 28-летнего инженера Карно «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу»*). Но эту великую

*) Русский ее перевод есть в сборнике «Второе начало термодинамики», вышедшем у нас в 1934 г.

работу практически никто не заметил. Ни один из крупных ученых не откликнулся на ее публикацию, никто не обратил внимания на слова, которые были в ней сказаны: «...чтобы рассмотреть принцип получения движения из тепла во всей полноте, надо его изучить независимо от какого-либо агента, надо провести рассуждения, приложимые не только к паровым машинам, но и ко всем мыслимым тепловым машинам, каково бы ни было вещество, пущенное в дело, и каким бы образом на него ни производилось воздействие».

Программа, сформулированная в этих словах, была необычайно смелой. Может быть, только открытие закона инерции сравнимо с тем, что открыл Карно.

Карно умер в 1836 г., так и не услышав никакого отклика. Естествоиспытатели XIX века порой были поразительно глухими, когда речь шла о новых взглядах. Так, никто не отозвался на речь Римана «О гипотезах, лежащих в основании геометрии», никто не оценил гениального Хэвисайда, создавшего операционное исчисление.

В 1834 г. работа Карно, или, как тогда говорили, мемуар, была переработана и напечатана Клапейроном в журнале Политехнической школы в Париже. Клапейрон использовал в своем изложении, которое носило более строгий математический характер, графическое представление тепловых процессов. Популярные сейчас кривые — изотермы, адиабаты — ведут свою историю от работ Клапейрона.

Мемуар Карно не был принят редакцией крупнейшего журнала «Анналы физики», редактором которого был Поггендорф. Этот же журнал не принял и статью Майера (правда, написанную очень неудачно). Статья же Клапейрона произвела на Поггендорфа столь сильное впечатление, что он сам перевел ее на немецкий язык и напечатал в журнале. Однако и в этом виде идеи Карно не нашли последователей. Прошло еще 9 лет, и статья Клапейрона была напечатана еще раз в немецком переводе, но время для ее понимания и на этот раз не пришло. Лишь в начале пятидесятых годов, более чем через четверть века, идеи Карно были поняты. Они, вместе с законом сохранения энергии, открытым Майером (в 1843 г.), легли в основу исследований Томсона и Клаузиуса — исследований, с которых берет свое начало термодинамика.

Из записей в дневнике, опубликованных после смерти Карно его братом, ясно видно, что Карно фактически знал о законе сохранения энергии. В этих записях Карно приводит вычисление механического эквивалента тепла, получая для него значение 3,6 джоуля на 1 калорию (правильное значение 4,2).

Если бы Карно успел опубликовать свои записи, то закон сохранения энергии стал бы известен почти за 20 лет до работ Майера и Джоуля, о которых мы еще будем говорить. Да и его главная работа стала бы более понятной, если бы в ней был использован закон сохранения энергии.

Но в своем мемуаре Карно еще ничего не пишет о связи между теплом и работой. Разделяя точку зрения, что тепловые явления связаны с перетеканием теплорода, он строит все свои рассуждения на неверной основе. Тем не менее ему удается получить правильные результаты. Нам работа Карно представляется совершенно удивительным образцом физической интуиции.

Попробуем несколько подробнее проследить за мыслями Карно.

Карно задал себе вопрос: каким образом возникает работа в тепловой машине и чем ограничена величина этой работы? Разные тепловые машины работают по-разному: одна дает больший эффект, с ее помощью можно произвести больше работы, другая работает хуже. Но можно ли безгранично улучшать машину?

ИДЕАЛЬНЫЙ ЦИКЛ КАРНО

Ответ на поставленный вопрос требовал уточнения многих понятий. Прежде всего надо было понять, что одно нагретое тело само по себе не может произвести работу. Для того чтобы построить тепловой двигатель, необходимо иметь кроме нагретого тела (нагревателя) еще и второе тело, с температурой более низкой (холодильник).

В нормальной паровой машине нагреватель — это котел, в котором вода превращается в пар, а холодильник — конденсатор, в котором пар, совершив работу, конденсируется, превращаясь обратно в воду. Кроме нагревателя и холодильника должно существовать некоторое рабочее тело — жидкость или газ, которое переносит тепло и «по дороге» совершает работу.

Карно объясняет возникновение работы перетеканием теплорода от нагревателя к холодильнику. Поток теплорода можно сравнить с потоком воды, текущим через плотину и вращающим турбину электростанции. Количество теплорода сохраняется (так же как и количество воды), изменяется только «уровень» теплорода, который задается температурой. Итак, теплород течет от нагревателя к холодильнику и совершает при этом работу. Если, однако, продолжать аналогию между теплородом и водой, то мы быстро зайдем в тупик. Следуя этой аналогии, естественно было бы считать, что работа, которая совершается при «падении» теплорода, пропорциональна разности температур (разности «высот»). Такой вывод нас не может устроить. Действительно, если бы это было так, паровая машина была бы бессмысленна. После того, как пар расширился, совершил работу и сконденсировался (или просто охладился), нам надо его опять нагреть и заставить работать еще раз. На нагревание пришлось бы затратить ровно столько работы, сколько мы получили при охлаждении, — и то только в том случае, если все наши устройства работают без потерь.

Представим себе, что кому-то пришло в голову построить гидроэлектростанцию на берегу горного озера, спуская воду через турбину в какой-то резервуар, например в другое озеро, расположенное на меньшей высоте. Чтобы избежать понижения уровня верхнего озера, будем перекачивать воду обратно с помощью насосов. Очевидно, что такая идея нелепа: работа, совершаемая насосами, будет никак не меньше работы, которую смогут совершать турбины. На самом деле часть работы будет даже потеряна на трение в турбине, на испарение воды и по разным другим причинам. Как бы мы ни устраивали насосы, включали бы их последовательно или параллельно, закон сохранения энергии не дал бы реализовать никакого полезного устройства, которое позволило бы получить выгоду из такого мероприятия.

Почему же в случае тепловой машины сжатие и расширение газа приводит к совершению полезной работы? В чем состоит разница между работой гидростанции и работой тепловой машины?

Размышления по этому поводу приводят нас к вопросу, который уже был поставлен, а именно: равноценны ли градусы на разных участках шкалы термометра? Для воды, падающей в горной речке с высоты одного

метра, безразлично, где этот метр находится, в долине или высоко в горах, — работа, которую можно получить от падения одного литра воды, будет одна и та же. Этот очевидный результат можно сформулировать и иначе. Можно сказать, что, измеряя энергию, выделяемую при падении воды, мы измеряем лишь разность ее уровней, но нельзя измерить высоту места, где это происходит.

Совсем иначе обстоит дело с нагреваемым паром, и это первое, что заметил Карно. Работа, которую может произвести пар, охлаждающийся от 100° до 99°, не будет равна работе, которую совершит то же количество пара, охлаждаясь от 50° до 49°. Причина состоит в том, что давление пара будет в обоих случаях разное.

Но кроме нагревателя и холодильника существует еще и рабочее тело — может быть, от его свойств тоже что-то зависит? Карно столкнулся с тем, что в задаче участвует слишком много переменных.

Он нашел блестящий выход, рассмотрев «круговой» процесс — цикл, в котором рабочее тело сначала совершает работу, а потом возвращается в исходное состояние (используя для этого часть совершенной работы). Таким образом, в начале и в конце цикла все части тепловой машины (в том числе и рабочее тело) находятся в одном и том же состоянии, и поэтому после каждого отдельного цикла можно «подбить итог», так как следующий цикл будет во всем тождествен предыдущему.

Разберем такой цикл. Карно рассматривал некоторую идеальную машину, о которой надо знать лишь то, что в ней есть устройство типа цилиндра с поршнем (или типа турбины), приводимое в движение расширяющимся рабочим телом, например газом. Температура газа может изменяться: его можно нагревать с помощью какой-то системы — нагревателя и охлаждать с помощью другой системы — холодильника. Кроме того, естественно предположить (в этом и состоит «идеальность» машины), что ни тепло, ни работа никуда не пропадают: тепло не излучается наружу, а работа не тратится на преодоление трения.

Для того чтобы описать, что происходит с газом, надо знать, как изменяются его характеристики: объем V, давление p, температура T. Если температура газа не изменяется, то такой процесс называют изотермическим. Если не изменяется давление, то процесс называют изоба-

рическим. Если же не изменяется объем, то процесс — изохорический. Ясно, что можно придумать сколько угодно процессов, при которых изменяются все три величины: p, V, T. В цикле Карно как раз и используется процесс такого типа — так называемый адиабатический процесс. В адиабатическом процессе газ не получает тепла извне и не отдает его никуда; при этом ни одна из величин p, V, T не остается постоянной.

Изменение состояния газа в круговом процессе мы будем иллюстрировать графиком, на котором по осям отложены давление и объем газа. Так как мы будем иметь дело только с идеальным газом, то такой график можно нарисовать, зная законы Бойля—Мариотта и Гей-Люссака. Мы будем считать, что эти законы хорошо известны и даже известно, как они объединяются в универсальный закон Клапейрона—Менделеева *). Поэтому не станем подробно объяснять, как надо строить кривые для идеального газа, а перейдем прямо к делу.

Чтобы описать цикл Карно, используем демонстрационный (конечно, не реальный) опыт.

Поставим три установки. Первая будет плитой. Цилиндр с газом, поставленный на эту плиту, приобретает температуру T_1. Вторая — термос. Цилиндр с газом, поставленный в эту установку, не теряет и не получает тепло. Наконец, третья — холодильник. Цилиндр с газом, попавший в нее, получает температуру $T_2 < T_1$.

Снабдим цилиндр с газом поршнем и будем переносить его с места на место. Для простоты рассуждений мы не будем обращать внимания на атмосферное давление, считая, что оно мало́ по сравнению с давлением газа под поршнем, или, наконец, считая, что все происходит в вакууме. В таких условиях, если поршень оставить свободным, газ под ним будет расширяться.

Организуем следующий процесс, состоящий из четырех этапов. Пусть газ вначале имел температуру T_1.

---

*) Закон Клапейрона—Менделеева (для одного моля), как известно, записывается так:

$$pV = RT,$$

где $T = t + 273{,}15$ — температура в градусах по шкале Кельвина, а t — температура в градусах по шкале Цельсия.

Напомним еще, что отрезки кривых на графиках называют изотермой ($T = \text{const}$), изобарой ($p = \text{const}$) или изохорой ($V = \text{const}$). Отрезок кривой, описывающий адиабатический процесс, называют адиабатой.

I. Поставим цилиндр на плиту и дадим газу расширяться. Подождем, пока он произведет некоторую работу, величину которой обозначим через A_1. Так как эта работа совершается при постоянной температуре, то на графике этот этап изобразится изотермой *аб* (рис. 5).

При своем расширении газ будет забирать тепло от нагревателя. Обозначим тепло, полученное газом, через Q_1 (Карно считал, что работа возникает за счет «падения» теплорода).

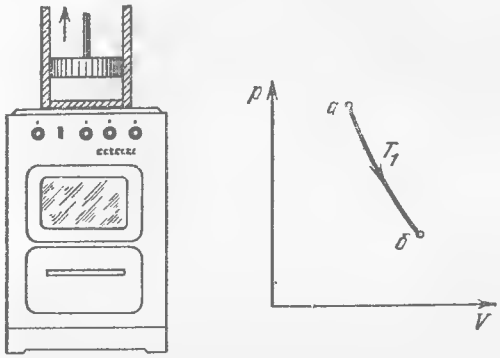


Рис. 5. Цикл Карно: I этап.

II. Перенесем сосуд в термос и позволим газу продолжать расширяться и совершить еще работу A_1'. Так как в термосе газу неоткуда получать тепло, то, совершая работу, газ охлаждается. Дадим ему охладиться до температуры T_2. На графике этот процесс изобразится в виде кривой — адиабаты *бв*, более крутой, чем изотерма (рис. 6). На рисунке вместо термоса нарисован просто столик, на котором цилиндр не нагревается и не охлаждается.

III. Теперь, когда температура газа сравнялась с температурой холодильника, мы переставим сосуд в холодильник и начнем сжимать газ, следя за тем, чтобы его температура была все время постоянна и равна T_2. На это мы затратим работу A_2, отдав холодильнику тепло Q_2. Остановим сжатие, когда давление и объем газа будут отвечать третьей вершине криволинейного четырехугольника (рис. 7). Как выбирается эта точка, мы увидим на четвертом этапе.

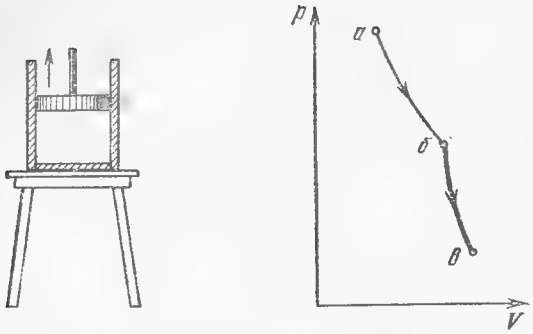


Рис. 6. Цикл Карно: II этап.

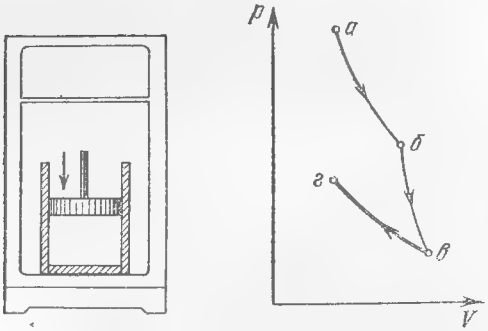


Рис. 7. Цикл Карно: III этап.

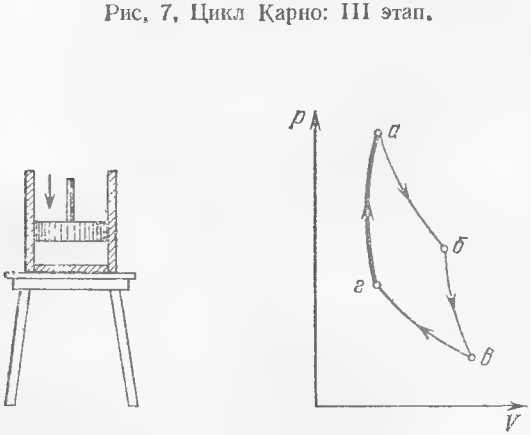


Рис. 8. Цикл Карно: IV этап.

IV. Перенесем теперь обратно сосуд в термос и, продолжая сжимать газ, будем следить, чтобы он вернулся в исходное состояние, т. е. чтобы его давление и температура приобрели те значения, какие они имели в начале первого этапа (рис. 8). Для этого, конечно, надо правильно выбрать величины давления и объема в конце третьего этапа, иначе можно не попасть в исходную точку. Зная законы идеального газа, эти величины нетрудно вычислить заранее. На этапе *га* также придется затратить некоторую работу A_2'.

В результате четырех этапов рабочее тело не изменило своего состояния, нагреватель потерял количество тепла Q_1, а холодильник получил тепло Q_2. Количество тепла $Q_1 - Q_2$ ушло на совершение работы.

Смысл всего рассказанного пока сводится к тому, что тепловая машина не может использовать все тепло, полученное от нагревателя, часть тепла должна быть отдана холодильнику.

Карно доказал, что доля использованного тепла $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ зависит только от температур T_1 и T_2 и не зависит ни от каких других факторов, в частности от свойств рабочего тела.

Доказательство этой теоремы — одно из самых красивых доказательств в физике. В открытии Карно удивительно то, что он не знал закона сохранения энергии, когда писал свой мемуар. Перенос тепла для него был «падением» теплорода. Однако, пользуясь опытными данными об изменении теплоемкости газа при изменении его плотности, Карно пришел к заключению, что «падение теплорода производит больше движущей силы при низких градусах, чем при более высоких». Движущей силой Карно называл работу, производимую машиной за один цикл. Отсюда и название его мемуара.

ВЕЛИКАЯ ТЕОРЕМА КАРНО

Уточним рассуждения о цикле Карно. Если попытаться произвести все операции не мысленно, а на самом деле, то мы обнаружим, что часть тепла будет тратиться на нагревание стенок цилиндра, на нерегулярное движение поршня и т. д. «Вредные» потери будут тем больше, чем больше разность температур между газом и внешней средой и чем больше скорость движения

поршня. Поэтому будем предполагать, что поршень движется очень медленно и что разность температур между газом и, например, нагревателем очень мала. Это, конечно, не выполняется в реальных машинах, так как при таких условиях машина работала бы бесконечно медленно и ее мощность равнялась бы, строго говоря, нулю.

Но мы, следуя за Карно, ищем условия для получения максимальной работы, и нам придется примириться с тем, что такая работа производится установкой с мощностью, равной нулю.

Нетрудно видеть, что так как в цикле не происходит потерь, то все операции — а их всего четыре — можно произвести в обратном порядке. Если обозначить этапы буквами α, β, γ, δ, то цикл Карно можно записать так: $C = \delta\gamma\beta\alpha$ (формулу надо читать справа налево).

Обратные операции мы обозначим буквами α^{-1}, β^{-1}, γ^{-1}, δ^{-1}. Так, операция α отвечает движению по изотерме от точки *а* до точки *б*, а α^{-1} отвечает обратному движению от *б* к *а*. Если мы произведем последовательно операции α и α^{-1}, то, очевидно, вернем газ в исходное состояние. Это мы запишем так: $\alpha^{-1}\alpha = 1$.

Итак, цикл C мы можем в идеальном случае произвести в обратном порядке. Обозначим такой обратный цикл через $C^{-1} = \alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma^{-1}\delta^{-1}$. Ясно, что

$$C^{-1}C = \alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma^{-1}\delta^{-1}\delta\gamma\beta\alpha = 1.$$

Это означает просто, что, проведя цикл C, а затем цикл C^{-1}, мы вернем все в исходное состояние: нагреватель получит обратно свою порцию тепла Q_1, от холодильника будет отобрано тепло Q_2, и на все это будет затрачена вся работа, выигранная в прямом цикле.

Обратный цикл C^{-1} совсем не обязательно должен состоять из тех же этапов, что и прямой. Надо только, чтобы он возвращал систему из конечного состояния в начальное, чтобы существовал и какой-то прямой цикл.

Докажем теперь, что не существует тепловой машины, которая была бы более выгодной, чем машина, использующая цикл Карно.

Предположим, что кто-то такую тепловую машину придумал. Тогда с ее помощью можно реализовать обратный цикл C_1^{-1}, потратив на это меньше работы, чем дала машина Карно в прямом цикле. Но тогда результатом двух циклов — прямого и обратного — будет выигрыш

в работе, поскольку в цикле C было получено больше работы, чем потрачено в обратном цикле C_1^{-1}. Тем самым система из двух тепловых машин была бы вечным двигателем — она производила бы работу, не потребляя ни тепла, ни каких-либо других видов энергии. Таким образом, мы пришли к противоречию.

Нетрудно доказать, что обратимая машина *) не может быть и менее эффективной, чем машина Карно. Для этого надо только рассмотреть процесс, в котором прямой цикл C_1 совершает гипотетическая сверхидеальная машина, а обратный цикл C^{-1} — машина Карно. Поэтому можно утверждать, что при заданных температурах нагревателя и холодильника все обратимые циклы имеют одну и ту же эффективность (превращают в работу одну и ту же долю тепла, полученного от нагревателя), равную эффективности цикла Карно. Ни от свойства рабочего тела, ни от каких-либо деталей конструкции это утверждение не зависит.

Заметим, что если машины не идеальные, если их работа не обратима, то это только ухудшает положение, так как возникают дополнительные потери.

Таким образом, Карно установил, что существует теоретический предел работы, которую может совершить тепловая машина.

Карно не мог вывести формулу для величины этой работы, поэтому его труд остался незавершенным.

Закончим рассказ о Карно словами, которыми он сформулировал свой закон: «Движущая сила тепла не зависит от агентов, взятых для ее развития; ее количество исключительно определяется температурами тел, между которыми в конечном счете производится перенос теплорода».

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Теплород должен сохраняться; работа производится за счет «падения» теплорода с высокого уровня на более низкий. Так думали еще в начале прошлого века, и в этом был уверен Карно, когда писал свой мемуар. Температура в такой теории играла роль потенциальной энергии, и если бы физики лучше понимали

*) Машина, которая может работать как по циклу C, так и по циклу C^{-1}.

механику, то их должно было бы обеспокоить, что у теплорода нет ничего похожего на кинетическую энергию.

Положение с теплом запутывалось еще и из-за того, что физики не очень хорошо понимали, что такое энергия. Сам термин «энергия» появился лишь в начале XIX века, он был введен в механику Юнгом. Поэтому, может быть, не следует удивляться, что превращения энергии и ее сохранение были открыты не физиком, а врачом Робертом Майером.

В 1840 г. Майер в качестве корабельного врача отправился на остров Яву. В дневнике, который он вел весьма аккуратно, сохранились две записи. В одной он записал свой разговор со штурманом, который рассказал ему, что во время бури вода в океане нагревается. Может быть, это и был первый шаг к открытию. Вторая запись относится к тому, что́ он заметил, когда пускал кровь (как это было принято в медицине в те годы) матросам, заболевшим воспалением легких. Майер обратил внимание на то, что местные врачи знали давно, хотя и не удивлялись этому. Венозная кровь у матросов не была темной, как это привык видеть европейский врач, кровь была ярко-красной. Майер придумал этому неожиданное объяснение. Человек похож на тепловую машину. Тепло, которое выделяется в его теле, возникает в результате сгорания — окисления кислорода в крови человека. Животное тепло, о котором говорили и писали ученые, по сути дела ничем не отличается от любого другого тепла: его производство требует топлива. Сгоревшие остатки — углекислый газ — кровь «отвозит» обратно в легкие. Кровь, наполняясь «дымом», сгоревшими продуктами, темнеет. В жарком климате тепла надо мало, топлива расходуется меньше, сгорание происходит не столь интенсивно и кровь почти не темнеет.

Главным в этой картине было предположение, что тепло выделяется за счет энергии химической реакции. Мысль простая, но почти невозможная для понимания в Европе того времени. Даже замечание Майера о том, почему нагревается вода во время бури, не было принято учеными профессорами в Тюбингене, куда он обратился за поддержкой.

Статья, которую он отправил в июле 1841 г. в журнал Поггендорфа (о нем мы уже упоминали), была не замечена редактором. Майер даже не получил простого извещения от редакции. Работа была, правда, написана

туманно — писал ее врач, физикой не занимавшийся. Статья носила название «О количественном и качественном определении силы. Сочинение Ю. Р. Майера, доктора медицины и хирургии, практического врача в Гейльбронне».

Через год Майер публикует в химическом журнале новую работу, уже подкрепленную вычислениями. На этот раз ему помог знаменитый физиолог Либих.

Но только в 1845 г. Майеру удалось опубликовать подробный труд «Органическое движение в его связи с обменом веществ» (название, как мы видим, тоже не очень привлекательное для физиков).

За это время Майер не только понял, что энергия превращается из одного вида в другой, но и нашел, опираясь на опыты Гей-Люссака, механический эквивалент тепла — 365 кГм на 1 большую калорию (3,7 эрг на калорию).

Для биологов выводы Майера также были странными. Многие биологи (их называли виталистами) считали источником деятельности живого организма некую специфическую жизненную силу. Современное понимание глубокой связи биологии и физики имеет свое начало в открытии Майера. Судьба Майера была тяжелой. Его травили ученые коллеги, его не понимали близкие. Десять лет он провел в сумасшедшем доме. Лишь в последние несколько лет перед смертью (в 1878 г.) он получил признание.

В те же годы, когда Майер тщетно пытался убедить ученый мир в правильности своих идей о превращении энергии в тепло, в Англии похожие мысли развил Джоуль.

Первая работа Джоуля относится к 1841 г. Она была посвящена исследованию выделения тепла в проводниках с током. Интересно, что в том же году Майер впервые вычислил тепловой эквивалент работы, сообщив его в письме к своему другу Бауэру. Однако опубликовал свои результаты позже.

Джоуль заключил из своих опытов, что тепло выделяется за счет работы батареи — в результате происходящих в ней химических реакций. Отсюда Джоуль пришел к открытию закона, который сейчас называют законом Джоуля—Ленца.

Свою уверенность в природе тепла Джоуль подкрепил опытами и так же, как и Майер, определил механический эквивалент тепла. Такие опыты Джоуль производил

в течение многих лет. Все опыты доказали, что тепло возникает в результате работы. Тем самым было, наконец, показано, что теория неуничтожаемого теплорода не верна и должна быть забыта.

Джоуль тоже далеко не сразу нашел признание современников. Слишком велико было влияние старых теорий, державшихся на вере в авторитеты, чтобы принять новые представления об эквивалентности тепла и работы.

Но все новые и новые опыты подтверждали эти идеи в самых разных условиях. Либих не забыл того, что он узнал у Майера, и в работе «О животном тепле» решительно защищал вывод о том, что все тепло, возникающее в живом организме, получается за счет сгорания пищи.

В 1847 г. идеи «о сохранении силы» (т. е. энергии) получили свое развитие в работах Гельмгольца (не оценившего в свое время заслуг Майера).

Так в сороковых годах XIX века в результате работ многих естествоиспытателей был сформулирован, наверное, самый «главный закон природы» — закон сохранения энергии, который называют еще и первым началом термодинамики.

Интересно, что на пути признания этого закона встретилась еще одна трудность. В утверждение, что энергия не возникает из ничего, что нельзя построить вечный двигатель, можно было, в конце концов, поверить. Трудно было понять, что энергия не может исчезать. Работа лошади тратится на трение в колесах телеги, тепло нагретой печки рассеивается безвозвратно по комнате. На каждом шагу мы видим, как исчезает энергия, как работа тратится впустую, и тем не менее говорим, что энергия сохраняется. Разрешен парадокс был лишь тогда, когда поняли, что тепло связано с движением молекул и что «исчезнувшая энергия» переходит в энергию этого движения.

Настало время вернуться к Карно. Ни Майер, ни Джоуль о нем не вспоминали. Объяснение закона сохранения энергии и принципа Карно было завершено Клаузиусом. Его работа была опубликована в 1850 г. Поггендорфом в том же журнале, в котором не нашлось места работе Майера. Клаузиус первый заговорил об эквивалентности тепла и работы как о первом начале теории тепла и написал уравнение, которого не хватало

Карно. Для этого надо было прежде всего сказать простую вещь: всякое тело имеет внутреннюю энергию, которую можно увеличивать двумя путями — производя над телом работу и подводя к телу тепло. Смысл этого утверждения заключен в союзе «и». Сказанное можно записать в виде формулы:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta A.$$

В этой простой формуле заключен глубокий смысл. В механике энергия тела увеличивается, когда какие-либо внешние силы производят над этим телом работу. Это утверждение можно записать так: $\Delta U = \Delta A$, понимая, например, под ΔA работу сжатия пружины, а под ΔU — увеличение ее потенциальной энергии. Но энергию пружины можно увеличить не только сжатием. Она увеличивается и при нагревании. Подводя к какой-либо системе тепло, мы также увеличиваем ее энергию.

Очень важно понимать, что по конечному состоянию системы нельзя никаким образом обнаружить, за счет чего система увеличила свою энергию: за счет тепла или за счет работы. Сам Клаузиус называл U «теплом, содержащимся в теле», противопоставляя ему Q — «тепло, сообщенное телу». Сейчас U называют внутренней энергией (или просто энергией), а ΔU есть ее приращение.

Как мы сказали, энергию тела U можно изменить, как подводя тепло, так и совершая работу, но эти вклады, так сказать, обезличиваются, превратившись в единую физическую величину — энергию U *). Не существует величины, которую можно было бы назвать теплотой тела Q, как нет внутри тела величины, которую можно назвать работой A. К состоянию с одной и той же энергией U можно прийти разными способами, по-разному выбирая количество сообщаемого тепла и работы, оставляя одной и той же лишь их сумму. В этом и заключалась главная «хитрость» природы, путь к пониманию которой оказался столь трудным и долгим.

Теперь мы можем закончить рассказ о цикле Карно и получить формулу для коэффициента полезного действия

*) Клаузиус утвердил в науке о тепле понятие энергии (точнее, внутренней энергии). Он взял это слово из механики: «Что касается ... названий, то особенно подходящим мне представляется употребленное Томсоном слово «энергия», ибо величина, о которой здесь идет речь, вполне соответствует величине, обозначаемой этим именем в математике ...». Другие физики предлагали названия «внутренняя теплота», «внутренняя работа», «функция действия».

тепловой машины. Однако, чтобы сделать это, нам надо знать формулу для работы газа (формулы для идеального газа нам будет достаточно, так как цикл Карно можно сосчитать для какого-либо одного тела).

Работа, которую надо затратить, чтобы сжать 1 моль идеального газа от объема V_0 до объема V при постоянной температуре, равна

$$A = -RT \ln \frac{V}{V_0}$$

($\ln$ — натуральный логарифм. Если $y = \ln x$, то $x = e^y$, $\log x = \ln x \cdot \log e \cong 0{,}23 \ln x$).

Если $V_0 < V$ (газ расширяется), то $A > 0$ — работа совершается газом.

Формула эта выводится так.

Состояние идеального газа, как мы знаем, удовлетворяет уравнению состояния Клапейрона—Менделеева*)

$$pV = RT$$

(мы всегда будем считать, что у нас есть ровно один моль газа).

Пусть газ находится в сосуде с поршнем. Приложим к поршню давление p. Поршень будет сжимать газ, производя работу. Если площадь поршня равна σ, то на поршень действует сила $p\sigma$. Если эта сила остается постоянной, то, сдвинув поршень на длину Δl, сила произведет работу $\Delta A = p\sigma\, \Delta l$. Нетрудно видеть, что произведение $\sigma\, \Delta l$ есть не что иное, как уменьшение объема газа $-\Delta V$. Чтобы ΔA было положительным, мы написали знак минус. Итак, выражение для работы, совершенной над газом, имеет вид (рис. 9)

$$\Delta A = -p\Delta V \quad (\Delta A > 0, \text{ если } \Delta V < 0).$$

С помощью уравнения идеального газа исключим давление:

$$\Delta A = -\frac{RT}{V}\Delta V,$$

или

$$\Delta V = -\frac{V}{RT}\Delta A.$$

Это и есть уравнение, которое нам надо решить.

*) Интересно, что похожее уравнение было найдено в записях у Карно.

Пусть газ сжимается от объема V до объема, например, $\frac{1}{2}V$ (т. е. $\Delta V = \frac{1}{2}V$). Повторим эту операцию 10 раз. В конце этапов объем принимает значения $\frac{1}{2}V$, $\frac{1}{4}V$, $\frac{1}{8}V$, ..., $\frac{1}{2^{10}}V$. Посмотрев на только что написанное

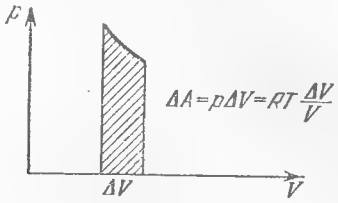


Рис. 9. Изотермическое сжатие газа.

уравнение, мы увидим, что для того, чтобы объем уменьшился от значения V до $\frac{1}{2}V$, надо совершить работу, примерно равную

$$\Delta A = \frac{2}{3}RT \quad \left(\text{первый этап: } V \to \frac{1}{2}V\right).$$

Вместо того чтобы точно учитывать изменения объема в правой части, мы заменим V на полусумму $\frac{1}{2}\left(V + \frac{1}{2}V\right) = \frac{3}{4}V$ значений объема в начале и в конце этапа. Ясно, что, сужая этапы, уменьшая изменение объема, можно сделать ошибку этого приближения сколько угодно малой.

Вычислим таким же образом работу, совершаемую над газом на втором этапе. При этом мы опять заменим объем на полусумму $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}V + \frac{1}{4}V\right) = \frac{3}{8}V$. Чтобы снова уменьшить объем вдвое, надо положить $\Delta V = \frac{1}{4}V$, откуда получаем

$$\Delta A = \frac{2}{3}RT \quad \left(\text{второй этап: } \frac{1}{2}V \to \frac{1}{4}V\right).$$

Дальше уже нетрудно увидеть, что на любом этапе при уменьшении объема в два раза совершается одна

и та же работа:

$$\Delta A = \frac{2}{3} RT.$$

Таким образом, затраченная работа будет расти в арифметической прогрессии, в то время как объем будет уменьшаться в прогрессии геометрической.

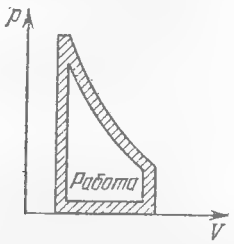


Рис. 10. Работа при изотермическом сжатии.

Мы можем теперь написать такие же формулы для случая, когда начальный объем V_0 уменьшается на каждом этапе лишь на очень маленькую часть $\frac{1}{n} V$, $n \gg 1$. В этом случае после N этапов ($N \gg 1$) отношение объемов будет равно

$$\frac{V}{V_0} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^N,$$

а совершенная работа

$$A = N \cdot \frac{1}{n} RT.$$

Исключая из этих формул N, получаем связь между изменением объема $\frac{V}{V_0}$ и работой A:

$$\frac{V}{V_0} = \left[\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n\right]^{\frac{A}{RT}}.$$

Если теперь устремить $n \to \infty$, то выражение в квадратных скобках будет стремиться, как известно, к $1/e = 1/2{,}7172\ldots$:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \frac{1}{e}.$$

Таким образом,

$$\frac{V}{V_0} = e^{-\frac{A}{RT}},$$

или

$$A = -RT \ln \frac{V}{V_0}.$$

Полезно привести геометрическую иллюстрацию полученной формулы. Нарисуем график (рис. 10) функции $p\,(V,\ T)$ при постоянной T, т. е. гиперболу

$$p = \frac{RT}{V}.$$

Работа A при изменении объема V на ΔV есть площадь заштрихованной полоски, а вся работа на сжатие газа от объема V_0 до объема V равна, очевидно, площади фигуры под отрезком гиперболы, обведенной двойной линией.

АДИАБАТА

Изучим теперь немного подробнее, как ведет себя газ в термосе, когда к нему не подводится тепло и от него оно не отбирается. В этом случае температура газа изменяется только за счет внутренней энергии газа.

Если сосуд с газом теплоизолирован, то работа, которая совершается над газом, или работа, которую совершает газ, будет единственным источником изменения его внутренней энергии:

$$\Delta U = \Delta A = -p\Delta V = -\frac{RT}{V}\Delta V.$$

Если бы газ нагревался при постоянном объеме, то изменение энергии определялось бы лишь теплом, которое подводится к телу. В этом случае можно написать для энергии другую формулу:

$$\Delta U = c_V \Delta T,$$

где c_V — это теплоемкость газа (на один моль) при постоянном объеме. Эта формула есть просто определение величины c_V. Написанные две формулы отражают тот факт, что изменение внутренней энергии может

происходить двумя путями: за счет тепла и за счет работы. Поэтому ΔU можно сосчитать, заменив адиабатический процесс на другой, состоящий из двух этапов. Сначала изменяют температуру при постоянном объеме. Тогда U увеличится на $c_V \Delta T$. После этого дают газу расширяться при $T = \text{const}$. При этом значение U будет оставаться постоянным, а совершенная газом работа как раз компенсирует то количество тепла, которое было затрачено на первом этапе. Приравнивая ΔU, вычисленное двумя способами, получаем

$$\frac{\Delta V}{V} + \frac{c_V}{R}\frac{\Delta T}{T} = 0.$$

Если c_V не зависит ни от T, ни от V (это верно для не очень больших изменений температуры идеального газа), то такое уравнение можно решить. Легче всего проверить, что если мы положим

$$VT^{\frac{c_V}{R}} = \text{const},$$

то уравнение будет удовлетворено. Проверить это можно, подставив вместо V и T слегка измененные величины $V + \Delta V$ и $T + \Delta T$. Мы убедимся, что const не изменится, если пренебречь $(\Delta V)^2$, $(\Delta T)^2$ и $\Delta V\, \Delta T$. Если вместо T ввести давление, то формула примет вид

$$pV^{\gamma} = \text{const}$$

(постоянная здесь, конечно, другая), где

$$\gamma = \frac{c_V + R}{c_V}.$$

Заметим еще, что величина R численно равна работе, которую совершает идеальный газ, если его температура повышается на 1°, а давление остается постоянным:

$$-\Delta A = p\Delta V = R\Delta T.$$

Если нагревать газ не при постоянном объеме, а при постоянном давлении, то надо подвести к нему дополнительно R калорий на моль, чтобы компенсировать потерю его энергии, затраченной на расширение газа (это знал еще Карно).

Величину $c_V + R$ называют теплоемкостью при постоянном давлении и обозначают ее через c_P. Поэтому

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V},$$

и связь между давлением идеального газа и его давлением в адиабатическом процессе имеет вид

$$pV^{\frac{c_P}{c_V}} = \text{const}.$$

Эту формулу называют уравнением адиабаты *).

ФУНКЦИЯ КАРНО

Карно, как мы уже знаем, доказал, что эффективность тепловой машины зависит только от температуры нагревателя и холодильника, но не смог эту зависимость вывести аналитически, так как у него не было тех формул, которые мы только что получили. Эту зависимость вывел Клаузиус.

Вернемся к циклу Карно. Адиабаты в этом цикле соединяют изотермы с температурами T_1 и T_2; для двух адиабат можно написать два уравнения:

$$VT_1^{c_V/R} = a_1, \quad VT_2^{c_V/R} = a_2,$$

где a_1 и a_2 — две разные постоянные. Адиабата обладает тем свойством, что если она соединяет две точки с температурами T_1 и T_2, то отношение объемов в этих точках

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{R}{c_V}}$$

зависит только от отношения температур. Использовав это свойство для пар точек ($а$, $г$) и ($б$, $в$) в цикле Карно, мы можем заключить, что

$$\frac{V_б}{V_в} = \frac{V_а}{V_г},$$

*) Формулой $pV^n = \text{const}$, где n — некоторое число, описывают приближенно процессы с обычными газами. В этом случае кривую называют политропой.

или что объемы на концах двух изотерм цикла удовлетворяют важному соотношению:

$$\frac{V_б}{V_а} = \frac{V_в}{V_г}.$$

Именно этого соотношения не хватало Карно.

Теперь мы вычислим работу, совершаемую в изотермическом процессе. Для первой изотермы *а б* работа, производимая газом, равна

$$|\Delta A_{аб}| = RT_1 \ln \frac{V_б}{V_а}.$$

Очевидно, что эта работа равна количеству тепла Q_1, полученному от нагревателя. Работа, производимая над газом для второй изотермы, есть

$$|\Delta A_{вг}| = RT_2 \ln \frac{V_г}{V_в}.$$

Эта работа, в свою очередь, равна количеству тепла Q_2, отданному холодильнику.

Учитывая теперь соотношение между объемами, мы можем написать, что

$$\left|\frac{\Delta A_{аб}}{\Delta A_{вг}}\right| = \frac{T_1}{T_2}$$

или, наконец,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}.$$

Функция Карно, определяющая эффективность, обычно задается как отношение «использованного» тепла $Q_1 - Q_2$ к полученному от нагревателя Q_1. Следовательно, мы можем написать

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Это и есть знаменитая формула для коэффициента полезного действия тепловой машины:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

В таком виде формула Карно имеет фундаментальное значение *). Она показывает, что доля тепла, которая

*) Напомним, что у Карно этих формул не было. Их получил только Клаузиус.

может быть превращена в работу, зависит от двух температур — нагревателя и холодильника. В механике мы привыкли, что кинетическая энергия тела может быть целиком превращена в работу. С теплом такого сделать нельзя. Величина возможной работы (движущей силы огня, как говорил Карно) зависит от начального (нагреватель) и конечного (холодильник) состояния рабочего газа. К такому представлению о работе надо было привыкнуть. Оно привело к появлению новой науки — термодинамики.

АБСОЛЮТНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

В развитии физики есть моменты, когда новая идея изменяет весь дальнейший ход истории. Об этих моментах говорят как о великих открытиях. У всякого открытия бывают предшественники; но только тогда, когда физические идеи находят себе точное математическое оформление, они начинают жить своей жизнью, не зависящей часто от своего создателя.

В первой половине XIX века выделяются три великие идеи, которые определили и сделали неизбежным рождение новой физики на рубеже следующего века. Это идея поля Фарадея— Максвелла, идея превращения и сохранения энергии Майера и идея термодинамики Карно. С разной степенью законченности появились эти идеи. Блеск математического аппарата Максвелла обусловил создание в высшей степени завершенной электродинамики. Почти без формул завоевала мир идея Майера. Карно доказал только одну теорему, из которой следовала простая формула $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, но за этой формулой оказалась скрытой целая наука.

Подобно тому, как создатель волновой теории Френель, пользуясь моделью эфира для вывода формул волновой оптики, получил законы, не зависящие от модели, так и Карно сумел извлечь из модели теплорода столь общие результаты, что их не могло поколебать все дальнейшее развитие физики. Термодинамика, возникшая из небольшой статьи Карно, и сейчас представляется необычайным созданием разума человека. После Карно — и это было одним из самых важных результатов его идеи — понятие температуры приобрело, наконец точный смысл.

Когда-то Галилей открыл, что все тела, независимо от их природы, падают с одинаковым ускорением. Ньютон открыл, что сила притяжения тел не зависит от их природы и зависит только от их массы. Открытие Карно имеет столь же общий характер.

Теорема Карно была первым строгим результатом в теории тепла. Все, что было известно о тепле раньше, носило, так сказать, описательный характер. Физики (и инженеры) знали, как описывать разные тепловые процессы, знали, сколько тепла надо затрачивать на нагревание разных тел и сколько тепла выделяется при сгорании топлива. Короче, они умели сравнивать разные количества тепла и измерять термометром температуру, но не понимали, что означают эти понятия.

Майер и Джоуль открыли связь между теплом и энергией, Карно понял, как происходит превращение тепла в работу. После этого настало время понять, что такое температура. Температура казалась похожей на энергию: добавляем тепло — повышается температура тела; тело совершает работу — его температура падает. Но такая простая связь существует, когда речь идет об одном теле.

Сравнивая тепловое поведение двух тел, мы наткнемся на трудность. Легко сравнить, какое из двух тел теплее, а какое холоднее, но нельзя «отнять» у одного тела один градус и нагреть на тот же градус другое тело. Теплоемкость разных тел — количество тепла, нужное для нагревания тела на один градус, — разная у разных тел, да еще и изменяется с температурой. Было ясно, что если два тела имеют одинаковую температуру, то отсюда совсем не следует, что в них заключена одинаковая энергия.

Температуру измеряли термометрами — по длине столбика ртути или спирта или по объему газа в запаянном приборе.

Оба способа, конечно, не могут считаться безукоризненными.

Ртутные и спиртовые термометры вообще не годятся для точных измерений: они основаны на предположении, что расширение ртути и спирта пропорционально изменению температуры, — предположении, которое очевидно носит приближенный характер. Да и проверка этого приближения требует определения температуры каким-либо другим методом.

В действительности физикам повезло. Измерение температуры газовым термометром оказывается хорошим методом благодаря счастливому свойству газов вести себя при малых плотностях почти одинаково. Из школьного курса физики мы знаем, что газы хорошо описываются одним и тем же уравнением состояния.

Секрет удачи состоит в том, что почти все газы, которые встречаются в природе, переходят в жидкое состояние при очень низких температурах. Во времена Карно даже думали, что такие газы, как кислород, азот, всегда остаются газами (их так и называли постоянными газами). Вдали же от точки сжижения газы ведут себя как идеальные.

Поэтому газовый термометр до сих пор служит основным прибором для самых точных измерений температуры. В реальных условиях такие измерения — дело достаточно сложное, но основной принцип прост и хорошо понятен.

Однако и газовый термометр далек от желанного идеала. Хорошо было физикам в прошлом веке, когда в лабораториях не было ни очень низких, ни очень высоких температур. Сейчас же в лабораториях достигаются температуры ниже — 273 °С; а в термоядерных установках — миллионы градусов.

Ясно, что температура должна быть определена, по крайней мере теоретически, без ссылок на свойства каких-либо конкретных веществ, пусть даже идеальных газов.

Но прежде чем перейти к новым идеям, остановимся немного на вопросе о том, откуда взялась единица температуры.

Сначала она, как мы знаем, возникла случайно — поставили число 100 в точке кипения воды. Этот акт имел важные последствия: в законе Клапейрона — Клаузиуса появилась новая газовая постоянная $R = 8{,}3157$ джоуль/градус. Такое число возникло только потому, что величина градуса была введена очень давно и все изменения, происходящие с газами, относили по привычке к довольно случайно выбранной шкале температур. Было бы удобнее сейчас изменить определение градуса и «привязать» его к уравнению идеальных газов. Для этого надо просто уменьшить величину градуса в 8,3157 раза и считать, что температура в такой «идеально-газовой» шкале

$$\vartheta = 8{,}3157T.$$

Тогда уравнение Клапейрона—Менделеева имело бы вид

$$pV = \Theta$$

и справа не было бы никакой постоянной. Но так пока не принято делать и постоянную R сохраняют в науке, а величину градуса продолжают определять по старому термометру Цельсия.

Постоянная R имеет размерность джоуль/градус. Выбирая другую единицу для градуса, можно, как мы видели, сделать $R = 1$. Это значит, что градусы можно измерять в джоулях — единицах энергии. Между градусами и калориями есть что-то общее — и те и другие измеряются в эргах. И тем не менее это разные физические величины.

ОТКРЫТИЕ ЛОРДА КЕЛЬВИНА

Вопросом о смысле температуры заинтересовался Томсон (впоследствии лорд Кельвин), который в 1848 г. обнаружил, что из теоремы Карно можно сделать простой, но очень важный вывод. Кельвин заметил, что если работа цикла Карно зависит только от температур нагревателя и холодильника, то это позволяет установить новую температурную шкалу, которая не зависит от свойств рабочего тела. На цикл Карно можно смотреть как на устройство, которое позволяет измерять отношение двух температур T_1 и T_2. Для этого надо использовать равенство

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}.$$

Измеряя отношение количеств теплоты, взятой от нагревателя и отданной холодильнику (или, что то же, измеряя отношение работ в двух изотермических этапах цикла Карно), мы получаем отношение температур нагревателя и холодильника.

Таким образом, цикл Карно, если его можно провести между двумя телами (используя одно тело в качестве нагревателя, а другое в качестве холодильника), позволяет определить отношение температур этих двух тел. Шкала температур, определенная таким образом, называется абсолютной шкалой температур. Чтобы сама абсолютная температура (а не только отношение) имела определенное значение, надо выбрать какое-то число

для одной точки новой абсолютной шкалы: одно численное значение температуры должно быть задано произвольно. После этого все остальные значения определяются в принципе с помощью цикла Карно.

К сожалению, при всей красоте теоретического построения шкалы Кельвина, практически реализовать цикл Карно очень трудно. Трудно реализовать обратимый цикл, трудно избавиться от потерь. Измерять температуру надо научиться как-то иначе.

РЕАЛЬНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

После Кельвина вопрос о температуре с теоретической точки зрения стал вполне ясным. Однако оставалась практическая проблема: на каком все же принципе следует построить шкалу эталонного термометра, который был бы пригоден для реальных измерений?

В течение многих лет для температурной шкалы выбирались две точки — температура плавления льда и температура кипения воды — и расстояние между ними делилось на 100 частей, каждая из которых считалась градусом. Такая шкала с двумя опорными точками была принята во всем мире.

Но эта шкала имела, однако, большой недостаток с точки зрения точности измерений. Для нее надо было уметь точно воспроизводить как условия плавления льда, так и условия кипения воды.

Проще было обойтись только одной опорной точкой, например точкой плавления льда, и измерять температуру по отношению давлений, связанных с отношением температур уравнением состояния (или же организуя цикл Карно, но эта возможность почти всегда остается чисто теоретической).

Точка плавления льда, конечно, не очень удобна для эталона: она зависит от давления и вообще не очень хорошо воспроизводится. Поэтому за единственную опорную эталонную точку выбирается сейчас так называемая тройная точка воды — температура, при которой сосуществуют в равновесии все три ее фазы: пар — вода — лед. При каждой температуре надо льдом существует определенное давление паров воды. Если постепенно повышать температуру, то в тот момент, когда лед начнет плавиться, все три фазы будут находиться в равновесии. Этому состоянию отвечает темпе-

ратура 0,01 °С. Точку 0,01 °С, сравнительно легко воспроизводимую в лаборатории, и принимают за эталонную точку термодинамической шкалы, полагая ее температуру равной точно 273,16 К. Обычный нуль Цельсия лежит при температуре 273,15 К.

Такое число выбрано для того, чтобы значения температур по новой шкале практически не отличались от старой шкалы Цельсия с двумя опорными точками.

Переход к новой шкале с тройной точкой воды как единственной опорной точкой прошел почти незамеченным. Такая реформа была проведена в 1954 г., и сейчас на вопрос о том, при какой температуре тает лед при нормальном давлении, надо отвечать: «приблизительно при 273,15 К» или «приблизительно при 0 °С». На вопрос же о том, какова температура тройной точки воды, надо отвечать: «точно 273,16 К» или «точно 0,01 °С» *).

Интересно, что идею о шкале с одной опорной точкой выдвинул еще в 1873 г. Д. И. Менделеев, который предлагал определить величину одного градуса как такое повышение температуры, при котором давление газа (у Менделеева — водорода) увеличивается на 1 кГ/см². При этом за исходную температуру выбиралась температура плавления льда при давлении 100 Г/см². Такой новый, или, как его в то время называли, метрический, градус оказывался равным 0,2728 °С.

Идея Менделеева была реализована (в несколько другом виде) лишь через 70 лет. Таким образом, имя Менделеева связано также и с современной шкалой термометра.

МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

Шкалу с одной опорной точкой нетрудно согласовать со шкалой Кельвина — Менделеева, основанной на теореме Карно. Термодинамическая шкала (так называют шкалу Кельвина — Менделеева), как мы уже говорили, не изменяется, если все значения температур умножить на одно и то же число. Выбор опорной точки устраняет эту неоднозначность. Если, например, считать, что вода кипит при температуре

*) Сейчас обсуждается вопрос о замене тройной точки воды тройной точкой галлия (29,7740 °С), которая легче и точнее воспроизводится.

$T_к = 373{,}15$ градуса, то никакого произвола не остается: значения температур уже нельзя ни на что умножить, так как значение $T_к$ должно оставаться неизменным. Как обычно бывает, строгие с теоретической точки зрения методы оказываются непрактичными для повседневного использования в простых, не метрологических лабораториях. Термодинамической шкалой можно пользоваться только в специальных, хорошо оборудованных лабораториях. В обычных лабораториях пользуются шкалой, которая называется МПТШ68 (международная практическая температурная шкала, принятая в 1968 г.). В этой шкале температура кипения воды равна точно 100°, кроме того, есть другие опорные точки (довольно сложно воспроизводимые), которым также приписано определенное значение температуры. Такая шкала, конечно, не вполне совпадает с термодинамической, так как температура опорных точек на самом деле не абсолютно точна. Расхождение между МПТШ68 и термодинамической шкалой в районе кипения воды составляет 0,004—0,005 К. Таким образом, при измерении температуры в обычных лабораториях допускают ошибку в несколько десятых процента. Температура, по-видимому, есть самая неточная величина из тех, с которыми мы встречаемся почти на каждом шагу. Даже самые точные измерения дают ошибку $5 \cdot 10^{-3}$ %. Такую же точность имеет известное сейчас значение универсальной газовой постоянной: $R = 8{,}340 \pm 0{,}0022$. К этому же типу величин относится и современное значение механического эквивалента тепла, у которого известно лишь четыре знака: 1 калория $= 4{,}184 \pm 0{,}0026$ джоуля.

Прецизионные тепловые измерения остаются и сейчас одними из самых трудных измерений в физической лаборатории.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГАЗОВ

Пытаться описывать движение каждого атома в отдельности — дело безнадежное, да и не нужное: никакой прибор не может уследить за всеми атомами. Еще в середине XIX века поняли, что к системам, состоящим из очень большого числа частиц, надо подходить с точки зрения теории вероятностей, рассматривая не свойства отдельных атомов, а усредняя эти свойства по большой их совокупности.

Во второй половине XIX века возникла новая наука — статистическая физика, достигшая своего расцвета в работах Больцмана и Гиббса.

Однако первые идеи зародились раньше. В этой связи стоит рассказать о замечательной истории англичанина Ватерстона.

В 1845 г. в английскую академию наук (ее называют Королевским обществом) была представлена работа Ватерстона. В ней было показано, что давление газа на стенки сосуда можно объяснить ударами атомов.

Хотя сама идея о том, что газ состоит из атомов, была не нова, мало кто принимал всерьез утверждения, что атомы могут свободно двигаться в сосуде от стенки к стенке, а упругие свойства газа можно свести просто к классической механике атомов. Работа Ватерстона не понравилась членам ученого общества и была ими отклонена. Лишь много лет спустя ее нашел в архиве Рэлей *) и опубликовал в 1892 г. в журнале «Философские сообщения Королевского общества», который выходит и в наши дни.

Рэлей, между прочим, заметил, что Ватерстон поступил непредусмотрительно, не рассказав в начале статьи о своих предшественниках. Между тем еще Д. Бернулли в 1727 г. писал о связи давления газа с квадратом скорости движения его частиц. Если бы Ватерстон упомянул своего великого предшественника, то, как писал Рэлей, у рецензента Королевского общества не хватило бы смелости объявить работу «бессмысленной, непригодной даже для чтения перед обществом».

Это был печальный эпизод для физики. То, что было сделано одним человеком и осталось незамеченным, было открыто впоследствии лишь в результате работы нескольких человек, а окончательная формула была написана Максвеллом только в 1859 г.

История эта поучительна. Сколько труда было потрачено на то, чтобы получить очень простую, на наш взгляд, формулу:

$$p = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle_{\text{ср}}.$$

Здесь p — давление газа, n — количество молекул в 1 см^3 (плотность газа), m — масса молекулы, $\langle v^2 \rangle_{\text{ср}}$ — среднее арифметическое квадратов скоростей молекул.

*) Рэлей — английский физик, один из создателей теории колебаний и, в частности, теории звука.

Приведенная формула показывает, что давление газа прямо пропорционально числу молекул в единице объема, а значит, обратно пропорционально объему газа: $p \sim \frac{1}{V}$. Это закон Бойля — Мариотта. Но он описывает поведение идеального газа. Значит, и формула, которую мы написали, справедлива для идеального газа.

Что же такое идеальный газ с точки зрения атомной теории? Иногда говорят, что это газ, состоящий из атомов, размерами которых можно пренебречь, т. е. считают, что идеальный газ состоит из материальных точек. Но точки не имеют размеров и, следовательно, не сталкиваются друг с другом. А если это так, то их скорость не будет меняться со временем (разве только при столкновении со стенками). Предположим, что какой-то сосуд, имеющий форму куба, наполнили газом. Пусть газ был «запущен» туда в виде струи так, что все молекулы летели бы, например, перпендикулярно какой-либо стенке и отражались в противоположную сторону, как от зеркала. Тогда молекулы газа летали бы между двумя стенками, совсем не действуя друг на друга.

Ясно, что в действительности происходит иначе. Молекул в сосуде очень много, они часто сталкиваются друг с другом, каждый раз меняя свою скорость. Поэтому очень быстро (и чем больше молекул, тем быстрее) скорости у разных молекул станут самыми различными и в сосуде установится тепловое равновесие: давление и температура во всех местах внутри сосуда будут одинаковыми *). В состоянии теплового равновесия во всех частях сосуда установится одно и то же «распределение скоростей».

Молекулы в таком сосуде будут летать в полном беспорядке, так что во всех точках сосуда будет наблюдаться полный хаос.

То, что такое тепловое равновесие наступит, — очень важный факт, который, однако, труднее доказать строго. Но опыт подтверждает, что, несмотря на то, что в сосуде

*) Мы, конечно, считаем, что стенки сосуда имеют все время одну и ту же температуру и сосуд достаточно мал, чтобы можно было не считаться с изменением силы тяжести с высотой.

с газом все время происходят столкновения беспорядочно движущихся молекул, приборы показывают неизменное давление и температуру.

Самое поразительное, что состояние теплового равновесия совершенно не зависит от того, как именно сталкиваются молекулы. Если они сталкиваются редко, то равновесие будет устанавливаться медленно, если столкновения частые, равновесие установится быстро. В газе установление равновесия происходит настолько быстро, что в большинстве случаев мы можем не интересоваться, как именно равновесие устанавливается. Важно, что столкновения происходят и равновесие наступает. Но совершенно не важно, какие это столкновения. Газ может быть настолько разреженным, что частицы между собой вообще не сталкиваются, а сталкиваются лишь со стенками сосуда, — тепловое равновесие все равно установится.

Зато после того, как в сосуде установилось состояние теплового равновесия, столкновения уже ничего не меняют: происходят они или нет, это уже не оказывает заметного влияния на давление и температуру газа. Именно поэтому имеет смысл рассматривать модель, в которой в состоянии теплового равновесия молекулы не обладают размерами и вовсе не сталкиваются.

Такая модель молекул — материальных точек, не сталкивающихся между собой, но уже пришедших в состояние теплового равновесия, — и принимается обычно за модель идеального газа.

КАКУЮ СКОРОСТЬ ИМЕЮТ МОЛЕКУЛЫ?

У разных молекул скорости, конечно, разные. Чтобы вычислить давление газа, надо сделать какие-то предположения о том, как распределены молекулы по скоростям, т. е. какая доля молекул имеет заданную скорость.

Кренig (1856) считал, что все молекулы движутся с одинаковой по величине скоростью и что каждая молекула движется в одном из трех возможных направлений, параллельных осям координат. Раньше Кренига (но позже Ватерстона) этой задачей занимался Джоуль (в 1851 г.). Он правильно понял связь между ударами молекул о стенки и давлением газа, но не смог получить верной формулы. Наконец, в 1857 г. Клаузиус, не остав-

ляя еще предположения о равных скоростях, вывел новую формулу. Только через два года Максвелл пришел к правильному выводу *).

Когда молекула сталкивается со стенкой и отскакивает от нее, стенка получает некоторый импульс. Предположим сначала, что молекула отражается от стенки упругим образом. Пусть ось z направлена перпендикулярно стенке, а оси x и y расположены в ее плоскости. Разложим скорость молекулы на составляющие по трем осям (рис. 11). При упругом ударе угол падения равен углу отражения, поэтому компоненты скорости v_x и v_y не изменяются. Компоненты же v_z при упругом ударе меняют знак. Таким образом, легко сообразить, что молекула изменит свой импульс (количество движения) на величину $2mv_z$. Теперь надо сосчитать, сколько молекул ударится о стенку. Если расстояние между стенками, пересекающими ось z, равно l, то частица, ударившись о стенку, придет к ней в следующий раз через время, равное $\frac{2l}{v_z}$, независимо от величины других компонент скорости. Значит, в единицу времени молекула ударится о стенку $\frac{v_z}{2l}$ раз.

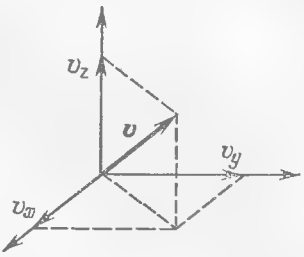


Рис. 11. Три компоненты скорости.

Так как с каждым ударом частица передает стенке импульс $2mv_z$, то за единицу времени она передаст импульс $\frac{mv_z^2}{l}$.

Чтобы получить величину давления, это выражение надо просуммировать по всем частицам (у каждой частицы своя v_z) и разделить на площадь стенки, т. е. на l^2 **):

$$p = \frac{1}{l^3} \sum mv_z^2 = \frac{Nm}{l^3} \langle v_z^2 \rangle_{\text{ср}}.$$

*) Максвелл доложил свою работу 21 сентября 1859 г. Ее русский перевод напечатан в сборнике «Основатели кинетической теории газов», вышедшем в 1937 г.

**) Для простоты мы считаем, что сосуд имеет форму куба объемом l^3. Из соображений, о которых речь будет дальше, следует, что давление не может зависеть от формы сосуда — газ не «запоминает» форму.

В этой формуле мы воспользовались определением арифметического среднего:

$$\sum v_z^2 = N \langle v_z^2 \rangle_{\text{ср}},$$

где N общее число частиц.

Последнее преобразование состоит в том, что мы заменим $\langle v_z^2 \rangle_{\text{ср}}$ на $\frac{1}{3}\langle v^2 \rangle_{\text{ср}}$. Так как $\langle v^2 \rangle_{\text{ср}} = \langle v_x^2 \rangle_{\text{ср}} + \langle v_y^2 \rangle_{\text{ср}} + \langle v_z^2 \rangle_{\text{ср}}$ и слагаемые справа одинаковы (мы с самого начала исходили из того, что движение хаотично и ни одно из направлений в сосуде не имеет преимущества перед другим), то

$$\langle v^2 \rangle_{\text{ср}} = 3 \langle v_z^2 \rangle.$$

Заменяя еще отношение N/l^3 на плотность частиц n, мы получим формулу Ватерстона для давления.

Задача, как видите, несложная, и Ватерстон ее решил верно. Кренig же предположил, что молекула при ударе передает стенке весь свой импульс, и получил результат, вдвое меньший *).

Можно, однако, подумать, что в выводе сделано одно очень важное упрощение: удар считался упругим. В действительности же это предположение, как ни удивительно, несущественно. Молекула может отразиться как угодно, но результат от этого не меняется. Предположение об упругом характере удара не изменяет результат, зато делает вывод очень простым.

Такое замечательное свойство — независимость результата от закона отражения — является следствием теплового равновесия между газом и стенками сосуда, которые поддерживаются при постоянной температуре. От того, каким именно образом отражаются молекулы от стенки, окончательный результат — тепловое равновесие — не изменяется.

Можно проиллюстрировать это важное свойство равновесия одним примером. Предположим, что в сосуде с газом поставлена легкая подвижная перегородка, которая разделяет газ на две части так, что плотность газа и его температура в обеих частях сосуда одинаковы. Предположим, что одна сторона перегородки полирован-

---

*) Так было бы, если бы молекула прилипала к стенке, а не отскакивала от нее. В середине прошлого века механика была еще очень сложной наукой и такие ошибки были возможны.

ная, а другая клейкая, так что законы отражения молекул от перегородки с обеих сторон заведомо различны. Если давления на перегородку с разных сторон оказались бы тоже различными, она сдвинулась бы, чтобы выравнять давление. Тем самым оказалось бы, что в равновесии плотности газа с разных сторон от перегородки различаются, хотя давления и температуры в обеих частях сосуда одинаковы. Но этот вывод находится в противоречии с уравнением состояния: давление и температура определяют однозначно плотность газа. Значит, давление не может зависеть от закона отражения молекул газа от стенок. Вот к каким общим заключениям приводит предположение о тепловом равновесии.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ И ТЕМПЕРАТУРА

Теперь нам остается связать удары молекул с температурой. Сформулируем сначала два предположения, которые позволят получить формулу Ватерстона. Так же, как и он, будем считать, что когда газ находится в тепловом равновесии, то: 1) молекулы газа сталкиваются лишь со стенкой и не сталкиваются между собой; 2) молекулы сталкиваются со стенкой упруго. Первое предположение означает, что мы имеем дело с идеальным газом, второе, как мы уже говорили, ничего не изменяет в результате, но упрощает вывод.

Теперь все совсем просто. Если формулу для давления переписать в виде $p = \frac{2}{3} n \frac{m \langle v^2 \rangle_{\text{ср}}}{2}$ и воспользоваться уравнением Клапейрона — Менделеева $p = \frac{1}{V} RT$, то получим

$$RT = \frac{2}{3} \frac{m \langle v^2 \rangle_{\text{ср}}}{2} N_{\text{A}}.$$

Мы заменили произведение nV на число Авогадро N_{A}, так как по смыслу уравнения Клапейрона — Менделеева V есть объем одного моля, а n — число частиц в 1 см³.

Если обозначить $\frac{R}{N_{\text{A}}}$ через k, то получим

$$\frac{m \langle v^2 \rangle_{\text{ср}}}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Постоянная k носит название постоянной Больцмана (она была введена Планком в 1899 г.).

Последняя формула показывает, что температура служит мерой кинетической энергии молекул. Если газ одноатомный, то вся его энергия есть энергия поступательного движения (для газа, молекулы которого состоят из нескольких атомов, формулы оказываются немного сложнее).

Для одной из компонент скорости (например, v_x) мы можем написать

$$\frac{m\langle v_x^2\rangle_{\text{ср}}}{2} = \frac{1}{2}kT.$$

Такие же формулы мы можем написать и для двух остальных компонент. Говорят, что атом имеет три степени свободы, понимая под этим, что его движение задается тремя компонентами скорости.

Формулы выглядят так, как будто бы на каждое из трех возможных перпендикулярных направлений движения приходится энергия, равная (в среднем) $\frac{1}{2}kT$ на каждую молекулу. Это утверждение — частный случай общего закона равнораспределения, породившего много споров в прошлом веке.

Достойно удивления, что все тот же Ватерстон докладывал в 1851 г. Британской ассоциации: «Равновесие по давлению и температуре между двумя газами имеет место, когда числа атомов в единице объема равны и когда живая сила каждого атома одинакова». Если заметить, что «живой силой» называли кинетическую энергию (в отличие от «мертвой силы» — силы в современном смысле этого слова) *), то мы увидим в этом утверждении следствие закона равнораспределения. Но и на этот раз никто не обратил внимания на доклад Ватерстона.

Формула Ватерстона связывает две величины, природа которых его почетным оппонентам представлялась

---

*) Как мы уже отмечали, в XVIII веке разница между силой и энергией не была еще четко понята. «Силу», заключенную в летящей пуле, путали с силой сжатой пружины. Лейбниц ввел название «живая сила» для кинетической энергии и «мертвая сила», например, для силы давления гири на подставку. Эта путаница осталась в названии «лошадиная сила» — еще недавно употреблявшейся единицы мощности.

несравнимой. Формула связывала энергию частиц с температурой и придавала, наконец, физический смысл понятию температуры — по крайней мере температуры одноатомного идеального газа. И хотя сам автор не мог видеть всего богатства своей формулы, но именно ей суждено было стать первой формулой кинетической теории газов.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПО СТЕПЕНЯМ СВОБОДЫ

Мы уже знаем, что на каждую степень свободы в одноатомном газе приходится энергия $^1/_2kT$. В системе СИ можно было бы выбрать за градус температурной шкалы такую величину, при которой энергия, приходящаяся на одну степень свободы, изменяется на $^1/_2$ джоуля. В такой системе единиц одно деление шкалы термометра соответствовало бы $0{,}7 \cdot 10^{23}$ К. Эта величина, конечно, слишком велика для практических целей, поэтому градусы Кельвина (или Цельсия) продолжают господствовать в физике. Мы узнаем впоследствии, что в ядерной физике и особенно в астрофизике энергетическая температурная шкала становится удобной. Более практичная шкала получилась бы, если изменению температуры в один градус отвечало бы изменение энергии одной степени свободы атома, но рассчитанное не на один атом, а на N_A атомов, т. е. на $^1/_2R$. О такой шкале мы уже говорили и обозначили градус в этой шкале через Θ. Тогда энергия 1 моля одноатомного атома записывалась бы в виде $^3/_2\Theta$. Но такую шкалу никто не вводил.

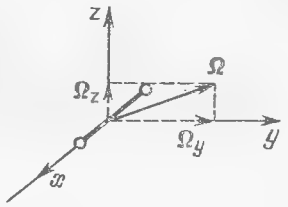


Рис. 12. Вращение двухатомной молекулы.

Если газ не одноатомный, то часть энергии уходит на колебания атомов внутри молекул и на вращение самих молекул. Пусть, например, речь идет о двухатомной молекуле типа O_2. Если бы кислород был одноатомным, то два атома имели бы шесть степеней свободы. Число степеней свободы не могло измениться, когда атомы объединились в молекулу O_2. У такой молекулы есть три поступательные степени свободы и две враща-

тельные — молекула может вращаться вокруг двух осей (рис. 12) *).

Остается еще шестая степень свободы — это колебания атомов друг относительно друга. Эти колебания нас и интересуют.

В то время как поступательное движение и (как это можно доказать) вращения получают по $^1/_2 kT$ энергии, колебания получают целое kT. Понять это можно, заметив, что молекула, как упругая пружинка, имеет, кроме кинетической энергии, еще и потенциальную, которая забирает ровно половину. Это нетрудно доказать и строго, рассмотрев движение упругой пружинки.

Таким образом, молекула O_2 имеет энергию

$$\frac{3}{2} kT + \frac{2}{2} kT + kT = \frac{7}{2} kT,$$

т. е. теплоемкость кислорода равна $^7/_2 k$ на молекулу, или $^7/_2 R$ на 1 моль.

По-другому обстоит дело в кристалле. В твердых телах частицы не могут свободно перемещаться в пространстве и в не слишком сложных по строению веществах не вращаются. Поэтому практически все степени свободы относятся к колебаниям. Это значит, что теплоемкость моля равна $3R$ калорий/градус — по R

---

*) По не очень понятной в классической физике причине молекула не вращается вокруг своей оси — точнее, эта степень свободы не имеет энергии. Можно это объяснить так, что атомы точечные

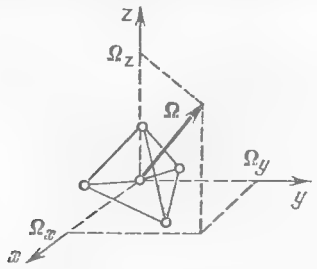


Рис. 13. Вращение многоатомной молекулы.

и их нельзя раскрутить. Ситуация становится ясной лишь в квантовой механике. Если молекула состоит из трех или большего числа атомов, то вращение может происходить вокруг любого направления — говорят, что молекула в этом случае имеет три вращательные степени свободы (рис. 13).

на каждое колебание (каждый атом может колебаться в трех направлениях). Так как R примерно равно 2 кал/град·моль, то теплоемкость всех веществ в твердом состоянии должна была бы равняться 6, что и составляет содержание закона Дюлонга и Пти. Опыт показывает, однако, что реально теплоемкость не равна точно 6, кроме того, она зависит от температуры. Особенно ярко несогласие с законом Дюлонга и Пти было обнаружено у углерода.

Этот вывод казался в прошлом веке очень странным, так как он противоречил закону равнораспределения. Следствия отклонений от закона Дюлонга и Пти оказались, однако, более серьезными, чем можно было ожидать. Они предвещали катастрофу классической физики, разразившуюся в конце века. О ней будет рассказано дальше.

ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Мы уже заметили, что калория и градус имеют размерность энергии. Отсюда можно прийти к выводу, что теплоемкость — величина безразмерная, т. е. величина, не зависящая от того, какая единица измерения выбрана для энергии: эрг, калория или еще что-нибудь. То, что теплоемкость измеряется в единицах калория/градус или джоуль/градус, — дань привычке, не позволяющая нам отказаться от градусов.

Что же измеряет теплоемкость? Ведь для каждого вещества она имеет свое значение, да еще значение не постоянное, а зависящее от температуры.

Повторим то, что мы уже знаем.

Теплоемкость одноатомного идеального газа имеет простой смысл. На каждую степень свободы приходится энергия, равная $^1/_2kT$. Если мы теплоемкость будем относить не к молю, а к одному атому, то она (в эргах на градус) будет равна $^3/_2k$ и будет показывать число степеней свободы атома, т. е. число измерений нашего трехмерного пространства *).

Если же дело касается теплоемкости более сложных газов или теплоемкости жидкостей и кристаллов, то

*) В системе единиц, в которой $pV = \Theta$, теплоемкость одноатомного газа была бы равна $^3/_2$, т. е. была бы равна половине числа степеней свободы атома. Такой смысл оказался запрятанным в тепловых свойствах газа.

в идеальном случае теплоемкость определяла бы число степеней свободы так, что каждое колебание считалось бы за две степени свободы. На самом деле положение более запутанное. В металлах, например, электроны, создающие электрический ток, почти не участвуют в тепловом движении. Их степени свободы как бы «замерзли». Поэтому теплоемкость твердого тела можно вычислить, совсем забыв про электроны и учитывая только колебания тяжелых ядер. Понять это странное явление удалось лишь тогда, когда была создана квантовая механика.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

Все, что было сказано выше, есть следствие того факта, что газ, предоставленный самому себе и находящийся в постоянных внешних условиях (например, газ, заключенный в сосуд, стенки которого находятся при постоянной температуре), приходит в состояние равновесия.

С макроскопической точки зрения в нем устанавливаются постоянная температура, постоянное давление, а если газ состоит из нескольких компонент (как воздух), то и состав газа в разных местах в сосуде будет одинаков.

Молекулы газа даже в равновесии движутся беспорядочно, сталкиваясь между собой и со стенками сосуда, беспрерывно меняя свою скорость. Однако не все изменяется столь хаотически. Как бы ни изменялась скорость, среднее значение ее квадрата остается постоянным. Это значит, что, если бы мы могли следить за какой-нибудь молекулой достаточно долго, мы увидели бы, что она будет то ускоряться, то замедляться, хотя в среднем квадрат ее скорости будет постоянным (средним по времени). Тот же результат получится, если мы вместо того, чтобы следить за одной молекулой, измерили в какой-то момент времени скорости разных молекул: среднее значение опять оказалось бы тем же (средним по числу молекул) *).

*) Внимательный читатель может спросить, почему при двух способах определения средней скорости результат будет одним и тем же. Среднее по времени ввел в физику Эйнштейн, и то, что это среднее равно среднему по числу молекул, до сих пор не доказано до конца.

Зададим вопрос: сколько молекул, т. е. какая их часть, движется с определенной скоростью в данный момент? Эту задачу решил Максвелл (общая теория статистических свойств физических систем была развита Больцманом и Гиббсом).

Мы не будем выводить формулу распределения Максвелла. Для наших целей важно только то, что согласно этой формуле распределение молекул по скоростям определяется множителем, имеющим вид экспоненты, т. е.

$$f(v) \sim \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right),$$

где $\frac{mv^2}{2} = \varepsilon$ — кинетическая энергия молекулы.

Максвелл опубликовал свою формулу в 1860 г. Его вывод казался очень странным. Он не решал подробно уравнений для каждого из сталкивающихся атомов, а сразу получил условия для равновесного состояния системы из большого числа атомов. Но такие условия никак не следовали из механики. Не удивительно, что даже Томсон пытался проверять закон распределения, рассматривая механику биллиардных шаров *). Максвелл возвращался вновь к выводу своей формулы в 1867 г. В новой работе он доказал, что полученное им распределение действительно не изменяется при соударениях молекул. Строгий вывод распределения Максвелла на самом деле оказался нелегким делом, в котором еще до сего времени не все прояснилось.

ЧТО ТАКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ?

На первый взгляд во фразе: «Столько-то молекул в газе имеет скорость, например, 200 м/с» — нет ничего странного. Но это число 200 не может быть совершенно точным. Точных значений бесконечно много, а молекул хотя и много, но все-таки конечное число. В каждый данный момент поэтому молекулы не могут иметь все возможные скорости. Но это и не нужно. Всякую скорость мы измеряем с какой-то точностью, а поэтому на самом деле речь идет не точно о скорости 200 м/с, а о неком интервале скоростей от 200 — о

*) Биллиард оказался популярной моделью для исследования поведения атомов. Теория сталкивающихся шаров на биллиардных столах разной формы развилась в интересную область математики.

до $200 + \delta$, где δ — некоторая малая величина, отвечающая условиям опыта.

Если говорить не об абсолютной величине скорости, а, скажем, о компоненте v_x, то можно задать вопрос: сколько молекул (или, лучше, какая доля молекул) имеют компоненту скорости, лежащую в интервале от v_x до $v_x + \Delta v_x$? Такую величину можно записать в виде $\Delta n\,(v_x) = f\,(v_x)\,\Delta v_x$. Функцию $f\,(v_x)$ называют функцией распределения.

На рис. 14 изображены две диаграммы. Ступенчатая линия описывает примерное распределение молекул, так что площадь каждого (n-го) прямоугольника (она равна $f_n \Delta v_x$) есть доля молекул, имеющих скорости, лежащие в соответствующем интервале. Величина интервала Δv_x выбрана равной единице. Такая диаграмма называется гистограммой. Если число ступенек гистограммы очень велико, то ступенчатую линию можно заменить гладкой (она также изображена на рисунке). Эта линия и есть функция распределения. Так как $f\,(v_x)$ определяет долю молекул, то площадь под всей кривой должна быть равной единице.

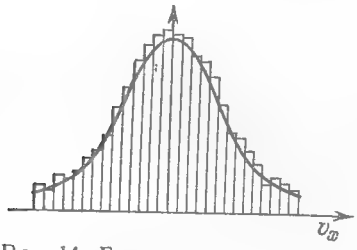


Рис. 14. Гистограмма и кривая распределения (для v_x).

Точно такие же графики — гистограммы — можно построить для функций распределения двух других компонент: v_y и v_z.

Теперь напишем выражение для доли молекул, которые имеют компоненты скоростей v_x, v_y и v_z (также в некоторых интервалах вокруг этих значений). Это можно сделать так. Доля молекул, имеющих компоненту скорости v_x, равна $f\,(v_x)\,\Delta v_x$. Из этих молекул некоторая часть имеет вторую компоненту, равную v_y. Доля таких молекул, очевидно, равна

$$\Delta n\,(v_x,\ v_y) = f\,(v_y)\,f\,(v_x)\,\Delta v_x\,\Delta v_y.$$

Из числа этих молекул доля $f\,(v_z)$ будет иметь третью компоненту скорости v_z. Значит, доля всех молекул, имеющих скорость с компонентами v_x, v_y, v_z, будет равна

$$\Delta n\,(v_x,\ v_y,\ v_z) = f\,(v_z)\,f\,(v_y)\,f\,(v_x)\,\Delta v_x\,\Delta v_y\,\Delta v_z.$$

Функцию

$$f(v_x,\ v_y,\ v_z) = f(v_z)\,f(v_y)\,f(v_x)$$

можно назвать функцией распределения молекул по скоростям. Все три функции распределения по компонентам скоростей взяты одинаковыми, так как в тепловом равновесии все три направления в пространстве ничем не отличаются друг от друга.

РАЗНЫЕ СРЕДНИЕ

Если принять, что закон распределения молекул по скоростям известен, то можно вычислить и разные характеристики этого распределения. Для среднего квадрата скорости получается формула, нам уже известная:

$$\langle v^2\rangle_{\text{ср}} = \frac{3kT}{2m},$$

или, для средней кинетической энергии,

$$\langle E\rangle_{\text{ср}} = \frac{3}{2}kT.$$

Можно найти и среднее значение абсолютной величины скорости *):

$$\langle |v| \rangle_{\text{ср}} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} = 1{,}772\left(\frac{kT}{m}\right)^{1/2}.$$

Наконец, «наиболее часто» встречаются молекулы со скоростью (наиболее вероятная скорость)

$$\bar{v} = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2} = 1{,}414\left(\frac{kT}{m}\right)^{1/2}.$$

Не следует удивляться, что молекулы со средней скоростью встречаются не наиболее часто. Абсолютная величина скорости — величина положительная, и число молекул, имеющих скорость меньше средней, всегда больше, чем число молекул, имеющих скорость больше средней (чтобы «уравновесить» молекулы с большими

*) Среднее значение скорости равно нулю, так как отрицательные и положительные значения компонент равноправны. Вычисление средних сводится к вычислению интегралов и элементарно сделано быть не может.

скоростями, надо иметь большее количество молекул с маленькими скоростями) *).

Если бы все молекулы имели одинаковую скорость, то все три величины были бы, конечно, равны друг другу. Их различие показывает, насколько разбросаны значения скоростей.

Для того чтобы характеризовать разброс скоростей, оказывается удобным вычислить еще средний квадрат кинетической энергии

$$\langle E^2\rangle_{\text{ср}} = \frac{m^2}{4}\langle v^4\rangle_{\text{ср}} = \frac{15}{4}k^2T^2.$$

Составим теперь разность, которая называется дисперсией:

$$\sigma = \langle E^2\rangle_{\text{ср}} - \langle E\rangle^2_{\text{ср}} = \frac{3}{2}k^2T^2.$$

Мы обнаруживаем, что температура выступает еще в одном качестве: она характеризует «ширину», разброс распределения молекул по скоростям (или энергиям), т. е. величину естественного разброса кинетической энергии молекулы вокруг среднего ее значения.

Таким образом, объединение формулы Ватерстона с нормальным распределением привело к дальнейшему развитию понятия температуры как параметра, определяющего разброс энергии в поступательном движении частиц газа.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА И ХАОС

Остановимся еще немного на распределении Максвелла. Прежде всего, описывая газ, перейдем, как говорят, из пространства координат в пространство скоростей. Это значит, что мы будем «изображать» каждую молекулу точкой с координатами, равными компонентам скоростей этой молекулы. Так, точка в начале координат соответствует покоящейся молекуле, точки на оси x — молекулам, движущимся с разными скоростями вдоль оси x, и т. д. Такое пространство изображено на рис. 15.

*) Это хорошо известно статистикам. Число людей, получающих зарплату больше средней, всегда меньше, чем число людей, получающих зарплату меньше средней.

Представим себе кубик с одной из вершин в точке (x, y, z) и с ребрами, параллельными осям координат. Внутри этого кубика будут находиться точки, соответствующие молекулам, компоненты скоростей которых лежат в интервалах, определяемых координатами вершин кубика. Число таких молекул на самом деле все время меняется — молекулы сталкиваются друг с другом, изменяют свои скорости. Эти процессы будут приводить к тому, что точки в кубике будут то появляться, то исчезать. Если точка исчезла, значит, где-то в другом кубике (мы легко можем себе представить, что все «пространство скоростей» разбито на такие кубики) появится новая точка.

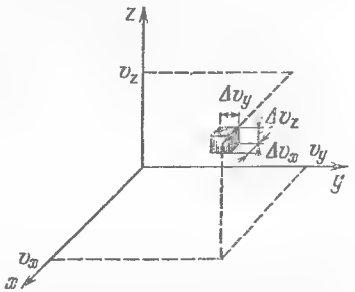


Рис. 15. Элементарный кубик в пространстве скоростей.

Ясно, что общее число точек, которое равно полному числу молекул в газе, остается постоянным. Если бы нас попросили подробно описать, что происходит в каком-нибудь кубике, то это была бы непосильная задача. Однако нас не интересуют такие подробности, они нам просто ни к чему — все равно мы не знали бы, что с ними делать. На самом-то деле нас интересует, сколько молекул находится в этом кубике в среднем, и на этот вопрос дает ответ распределение Максвелла.

Нетрудно понять, что функция распределения может зависеть только от квадратов скоростей, ибо она не должна зависеть, очевидно, от их направлений. Если бы это было не так, то в каком-то направлении летело бы больше молекул, чем в другом, и весь газ двигался бы как целое.

Но мы знаем, что эта функция должна распадаться на три одинаковых множителя, каждый из которых зависит только от одной компоненты скорости (точнее, от ее квадрата).

Квадрат скорости равен сумме квадратов компонент: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Итак, задача состоит в том, чтобы найти такую функцию от v^2, которая распадалась бы на произведение трех одинаковых функций от v_x, v_y и v_z соответственно.

Можно показать, что единственная функция, удовлетворяющая этому условию, записывается в виде

$$f(v^2) \sim \exp(-\alpha v^2) = \exp(-\alpha v_x^2) \exp(-\alpha v_y^2) \exp(-\alpha v_z^2).$$

Дальнейшие расчеты требуют вычисления интегралов, мы их приводить не будем. Заметим только, что коэффициент

$$\alpha = \frac{m}{2kT}$$

находится из условия, чтобы среднее значение, например $\langle v_x \rangle^2$, удовлетворяло старому условию $\langle v_x \rangle_{\text{ср}} = \frac{kT}{m}$.

Можно еще написать функцию, которая описывает распределение молекул по кинетической энергии, т. е. определяет долю молекул, имеющих кинетическую энергию в интервале ε, $\varepsilon + \Delta\varepsilon$. Такая функция имеет вид

$$f(\varepsilon) = (2\pi kT)^{-3/2} e^{-\varepsilon/kT} \varepsilon^{1/2}.$$

Эта функция также называется функцией распределения Максвелла.

Из того факта, что функция распределения распадается на множители, вытекает, что распределения по всем трем осям не зависят друг от друга и подчиняются одному и тому же закону. Можно сказать, что вероятность для молекулы попасть в некоторый выбранный нами кубик, т. е. вероятность того, что в результате столкновений молекула приобретает скорость, отвечающую координатам внутри этого кубика, распадается на три множителя — вероятности каждой из компонент скорости молекулы оказаться в интервале значений, отвечающем ребру кубика.

Такую задачу можно проиллюстрировать игрой в кости. Пусть мы бросаем три игральные кости, выкрашенные в разные цвета. Вероятность того, что на одной из костей, например красной, выпадет пятерка, равна $^1/_6$. Такова же вероятность того, что на зеленой кости выпадет тройка (или на желтой — четверка).

Почти очевидно, что если мы будем бросать все три кости сразу, то вероятность любой комбинации, например: 3 (красная) + 4 (зеленая) + 1 (желтая) — будет равна произведению $^1/_6 \cdot {}^1/_6 \cdot {}^1/_6 = 1/216$.

Основанием для такого решения служит интуитивная уверенность, что бросание каждой кости никак

не зависит от бросания других, а потому все тройные комбинации чисел от 1, 1, 1 до 6, 6, 6 должны выпадать одинаково часто, т. е. иметь одинаковую вероятность. Процесс распределения молекул по скоростям в результате столкновений, конечно, не похож на бросание костей. Этот процесс только демонстрирует, почему произошел распад на три множителя.

Вывод распределения Максвелла хотя и не очень прост, но кажется настолько логичным, что никакого другого распределения вроде бы и быть не может.

Чтобы подчеркнуть, насколько ошибочными могут оказаться «очевидные» вещи, следует сказать, что распределение Максвелла не описывает газ, в котором существенную роль играют квантовые свойства (например, электроны в металле или газ, состоящий из фотонов). Для таких систем функция распределения выводится из совсем других предположений.

Газ, в котором молекулы распределены по Максвеллу, обладает замечательным свойством. Такое распределение не изменяется со временем. Каждая отдельная молекула изменяет свою скорость очень часто (сталкиваясь с другими молекулами). Но на место молекулы, выбывшей из кубика, приходит другая молекула. Если мы не различаем молекулы между собой (а это, конечно, так!), то распределение молекул будет оставаться все время одним и тем же.

Если наполнить какой-либо сосуд газом, то через некоторое время распределение его молекул по скоростям станет равновесным, максвелловским. Это должно произойти совершенно независимо от того, какое распределение газ имел в начальный момент — молекулы его могли иметь, например, одинаковые скорости или двигаться еще как-нибудь, но после некоторого времени должно установиться равновесное распределение.

Если немножко подумать, то это утверждение должно показаться странным и даже не вполне правдоподобным. В задачах механики мы привыкли к тому, что надо задать начальные координаты и скорости, чтобы определить с помощью уравнений Ньютона положение и скорости частиц в более поздние (или более ранние) моменты времени. При этом разные начальные данные приведут к разным состояниям системы. В механике, как говорят, система «помнит» свои начальные условия,

т. е. там всегда можно в принципе восстановить историю системы.

В газе все происходит по-другому. Каким бы ни было распределение скоростей в нем в исходный момент времени, оно должно превратиться в одно и то же распределение Максвелла. В этом случае система «забывает» свою историю, и из изучения распределения газа в равновесии почти ничего нельзя узнать о том, в каком он был состоянии раньше.

История газа, которым мы заполнили сосуд, разбивается на два периода. В первый период молекулы сталкиваются между собой или со стенками и их распределение приближается к равновесному. Этим периодом занимается специальная наука о неравновесных системах. После нескольких сотен или тысяч соударений каждой молекулы газ практически переходит в равновесное состояние. Дальше соударения уже ничего не изменяют.

Если совсем не учитывать столкновений, т. е. если газ достаточно разрежен, то мы придем к модели идеального газа, в котором столкновения нужны лишь для установления равновесия *).

Столкновения молекул приводят к тому, что уравнение идеального газа отличается от уравнения Клапейрона — Менделеева.

Равновесное состояние газа, о котором мы говорим, можно описать так: в равновесном газе существует молекулярный «хаос». Слово «хаос» надо понимать в том смысле, что система не сохранила никакой информации о своем прошлом.

Понятие «хаоса» позволяет упростить обоснование некоторых формул. Например, когда выводилась формула для давления газа на стенку сосуда, мы рассуждали о том, как молекула отражается от стенки. В действительности молекула, как правило, ударившись о стенку, прилипает к ней на некоторое время, а потом, оторвавшись, летит в какую-нибудь сторону, «забыв» о том, откуда она прилетела. Поэтому бессмысленно детально обсуждать процесс отражения и проще рассуждать так:

---

*) Если столкновений между молекулами почти нет, то равновесие, как уже говорилось, все же будет устанавливаться благодаря столкновениям со стенками.

поскольку свойства газа не зависят от направления, то количество движения, переносимое газом в сторону стенки, должно быть равно количеству движения, которое несут молекулы газа, летящие от стенки. Этот факт не должен зависеть ни от каких подробностей взаимодействия газа со стенками, он связан только с хаотичностью движения молекул. Если бы оба потока (к стенке и от стенки) были разными, т. е. несли с собой разное количество движения, то на некотором расстоянии от стенки это можно было бы обнаружить — газ «запомнил» бы, что он отражался от стенки. Но это противоречит гипотезе, что газ «хаотичен» и ничего не «помнит».

А раз газ не «помнит» о стенке, то результат вывода не должен зависеть от свойств стенки и от того, как атомы газа отражались от нее. В частности, атомы не «помнят» о том, какую форму имеет сосуд, и формула распределения будет одинаковой для любого сосуда, о чем мы уже говорили.

Другой случай «забывчивости» газа обнаруживается, если взять сосуд с газом, разделенный перегородкой на две части. Если вынуть перегородку, то газ из обеих половинок перемешается, и ясно, что никакими способами нельзя опознать, какой атом находился в начале опыта в правой и какой в левой половинке.

Когда горячий чайник остывает, нагревая воздух в комнате, никаким способом нельзя впоследствии определить, почему нагрелся воздух. Всем ясно, что, измеряя температуры в разных точках комнаты вдали от чайника, нельзя определить форму чайника, который нагревает комнату. Это совсем не похоже на электромагнитное поле: свет, отражаясь от поверхности, переносит информацию о поверхности. Горящая лампа хорошо видна, освещенная собственным светом. Чайник можно «увидеть» с помощью прибора, регистрирующего инфракрасные волны. Но инфракрасные лучи — это направленные электромагнитные волны, которые могут нагревать детектор. Испускаемые чайником, они не находятся в тепловом равновесии с воздухом, не рассеиваются его атомами, поэтому они могут передать образ чайника, который они «запомнили». Напротив, хаотическое движение молекул не может передать такой информации.

АБСОЛЮТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Начало отсчета шкалы температур лежит при —273,15 по Кельвину. Эта точка называется абсолютным нулем. Ее смысл прояснился после того, как кинетическая теория газов связала давление газа с кинетической энергией его атомов. Из этой теории казалось ясным, что при абсолютном нуле прекращается всякое движение атомов и абсолютная температура T есть просто мера их кинетической энергии.

Но это простое и почти наглядное объяснение было неверным. Электроны в металлах движутся с большими скоростями даже при $T = 0$. Квантовая механика заставила совсем по-иному посмотреть на движение электронов и атомов.

Но она отнюдь не усложнила картину. Напротив, многие понятия получили в квантовой механике естественное объяснение. К таким понятиям относится и понятие об абсолютной температуре и об абсолютном нуле.

Но чтобы рассказать, что происходит с температурой в квантовой механике, надо знать хотя бы что-нибудь об этой науке. К сожалению, рассказать об этом в нескольких словах нельзя. Но, с другой стороны, нам и нужно очень немного. Поэтому придется поступить так: сообщать без доказательства некоторые сведения из квантовой механики, только стараться использовать таких фактов как можно меньше.

Сейчас нам надо знать, как ведет себя электрон, помещенный в магнитном поле. В квантовой механике это описывается следующим образом.

Электрон можно сравнить (хотя это сравнение не совсем точно) с вращающимся волчком. Более правильно говорить, что электрон, как и вращающийся волчок, имеет угловой момент, называемый спином, и не входить в подробности о его вращении. Со спином электрона связан и магнитный момент — электрон ведет себя в магнитном поле, как магнит.

Если электрон находится в постоянном магнитном поле, то, согласно правилам квантовой механики, его спин может быть направлен либо по полю — тогда проекция спина на направление поля равна $+\frac{1}{2}\hbar$, либо же против поля и его проекция равна $-\frac{1}{2}\hbar$ ($\hbar$ — постоянная Планка).

Магнитный момент у электрона направлен против спина, и он может иметь поэтому, так же как и спин, две проекции на направление магнитного поля: $-\mu_0$, если спин направлен по полю ($\mu_0 > 0$), и $+\mu_0$, если спин направлен против поля. Величина μ_0 называется магнетоном Бора и равна

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}.$$

Если величина магнитного поля равна H, то потенциальная энергия электрона в этом поле равна либо $\mu_0 H$, когда спин направлен по полю, либо $-\mu_0 H$, когда спин направлен против поля. Все эти рассуждения сводятся к тому, что в магнитном поле электрон может находиться в одном из двух состояний, а энергия этих состояний равна $\pm \mu_0 H$. При этом мы считаем, что электрон не имеет поступательной скорости — пусть, например, он связан в атоме.

На такой простой модели можно без особого труда проиллюстрировать многие свойства, связанные с теплом.

Рассмотрим систему, состоящую из большого числа электронов, закрепленных в разных точках пространства, — например, пусть это будет много атомов, каждый из которых содержит электроны. Энергия такой системы в магнитном поле определяется тем, сколько электронов имеют спин, направленный по полю, и сколько — против поля.

Если мы условно изобразим два возможных положения спина электрона двумя горизонтальными линиями, написав около них значение энергии (рис. 16), то схему

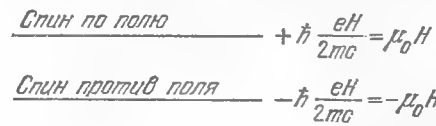


Рис. 16. Энергия электрона в магнитном поле.

распределения спинов электронов можно будет изображать кружочками-электронами, нарисованными на этих линиях (мы, конечно, будем рисовать лишь несколько кружочков).

Систему электронов с магнитными моментами можно сравнить с идеальным газом. Роль скоростей атомов, вернее — их кинетической энергии здесь играет энергия электрона в магнитном поле. Но кинетическая энергия может принимать любое положительное значение, а энергия в магнитном поле — только два значения.

Замечательно, что это обстоятельство не изменяет основного закона статистики: в тепловом равновесии вероятность найти частицу в состоянии с энергией ε пропорциональна экспоненте $e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$.

Как и в газе, при этом необходимо, чтобы тепловое равновесие атомов между собой могло реально достигаться. Для этого нужно, чтобы атомы идеального газа сталкивались, а магнитные моменты взаимодействовали бы как-то друг с другом. При этом условии закон статистики будет выполняться независимо от того, какой конкретно механизм приводит систему в состояние теплового равновесия.

В этом смысле наш рисунок с электронами, «расставленными» на двух уровнях, иллюстрирует лишь состояние равновесия и никак не отражает того, как это равновесие было достигнуто.

Из всего, что было рассказано, можно заключить, что в тепловом равновесии число электронов $n\left(-\frac{1}{2}\right)$, имеющих энергию $-\mu_0 H$, будет больше, чем число электронов $n\left(+\frac{1}{2}\right)$, которые имеют энергию $\mu_0 H$.

Отношение этих двух чисел (их называют населенностями уровней) определяется отношением экспонент:

$$n\left(-\frac{1}{2}\right) : n\left(+\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{\mu_0 H}{kT}} : e^{-\frac{\mu_0 H}{kT}}.$$

Эта простая формула замечательна тем, что она справедлива для систем из очень большого числа частиц и почти не зависит от того, как система устроена, — надо только, чтобы у системы были состояния с определенной энергией и чтобы существовал какой-либо путь к тепловому равновесию. Тогда ее конечное равновесное состояние будет определяться одним параметром T — ее абсолютной температурой. Такое свойство систем было доказано американским физиком Гиббсом в самом начале XX века.

Физики раньше даже не подозревали, что существуют системы, которые имеют лишь конечное число возможных состояний. Поэтому они не могли представить того огромного количества красивых эффектов, которые связаны с такими простыми системами.

МАГНИТНЫЕ СТРЕЛКИ

Пусть вместо электронов с магнитными моментами у нас есть много стрелок от компаса, укрепленных в беспорядке на иголках (рис. 17). Так как магнитным стрелкам положено смотреть на север, то они вначале будут колебаться с равной амплитудой около направления юг — север. Если бы трение в опоре отсутствовало и если бы стрелки не притягивались друг к другу, то такие их колебания продолжались бы сколь угодно долго. В действительности, конечно, колебания прекратятся, так как их энергия истратится на работу против сил трения в опоре, и все стрелки покажут на север. Кроме того, магнитные стрелки действуют друг на друга, их движения «сцеплены» — они могут передавать друг другу часть своей энергии. Нетрудно увидеть в этом поведении стрелок модель установления равновесия в системе спинов.

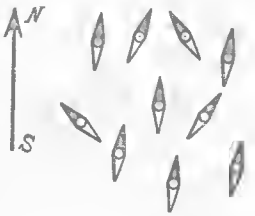


Рис. 17. Система магнитных стрелок.

Опоры стрелок играют роль холодильника, которому стрелки передают свою кинетическую энергию. Остановившиеся стрелки похожи на систему спинов при температуре $T = 0$. Температура «нуль» появилась из-за того, что энергия всегда передается от стрелок к опорам и равновесие может установиться лишь тогда, когда будет передана вся энергия.

Если рассмотреть систему магнитных стрелок более внимательно, то мы выяснили бы, что стрелки не останавливаются окончательно, а под влиянием ударов молекул воздуха и малых колебаний самих опор на самом деле колеблются с очень малой амплитудой, так что их энергия не опускается до нуля, а остается равной (в среднем) kT. Такое движение называется броуновским. Его теоретическое обоснование было дано Эйнштейном в 1905 г.

Модель электронов в магнитном поле (или магнитных стрелок) полезна для понимания того, что же такое абсолютный нуль температуры.

При любой температуре два возможных направления спина будут встречаться с разной вероятностью. При очень низких температурах почти все электроны будут находиться на нижнем уровне — их спины будут смотреть против поля. Верхний уровень будет почти пустым — не «заселенным». Чем выше температура,

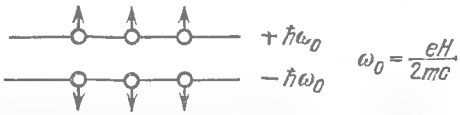


Рис. 18. Равные вероятности заселения уровней ($T = \infty$).

тем больше «заселяется» верхний уровень, и, например, при очень высоких температурах ($kT \gg \varepsilon$) обе проекции спина будут иметь почти равную вероятность (рис. 18).

Если температура понижается, то все бо́льшая доля электронов будет иметь спины, направленные против поля. Если $T = 0$, то против поля окажутся направленными спины всех электронов (рис. 19).

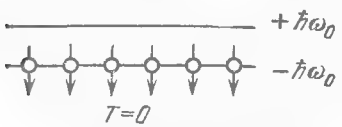


Рис. 19. Все электроны на нижнем уровне ($T = 0$).

Такое состояние системы отвечает абсолютному нулю температуры.

В квантовой теории понятие абсолютного нуля приобретает очень четкий смысл. Среди энергетических уровней любой квантовой системы есть один уровень, который обладает наинизшей энергией. В рассмотренном нами примере такое состояние есть состояние, при котором спины всех электронов направлены против поля. При абсолютном нуле система находится в основном состоянии, и поэтому она не может отдавать энергию никакой другой системе просто потому, что у нее нет более низких уровней, на которые она могла бы перейти, потеряв энергию.

Мы говорили, что не очень ясное представление об абсолютном нуле, связанное с законом Гей-Люссака, существовало давно. Но даже в начале века понятие

абсолютного нуля еще казалось не вполне ясным. В «Детской энциклопедии», изданной в 1914 г., писали: «Итак, если при охлаждении газ сжимается, то, следовательно, объем его уменьшается. Является вопрос: не будет ли возможным исчезновение его, когда мы доведем газ до состояния абсолютного холода?» Такие высказывания звучат сейчас наивно. Все же удивительно, как много было заключено в простой дроби $^1/_{266}$, появившейся в эмпирической формуле Гей-Люссака.

НЕДОСТИЖИМОСТЬ АБСОЛЮТНОГО НУЛЯ

Всем хорошо известно утверждение, что нельзя понизить температуру тела до абсолютного нуля, хотя и можно приблизиться к нему сколь угодно близко. Это утверждение напоминает известный парадокс об Ахиллесе и черепахе (его называют апорией Зенона). Парадокс состоит в следующем. Ахиллес, который бегает в 10 раз быстрее черепахи, должен ее догнать. Когда Ахиллес пробежит весь путь, который отделял его вначале от черепахи, черепаха сместится на $^1/_{10}$ пути. Ахиллес, конечно, быстро преодолеет и этот путь, но черепаха уйдет еще на $^1/_{100}$ ... Сколько бы раз Ахиллес ни приближался к черепахе, она неизменно уходила бы вперед. Конечно, при другом подходе к задаче все станет на свое место. Сумма $1 + {}^1/_{10} + {}^1/_{100}$... равна $1^1/_9$, и в парадоксе нет ничего большего, чем в утверждении, что бесконечная десятичная дробь 1,11... имеет конечное значение.

Для Зенона парадокс состоял в том, что Ахиллес должен пройти бесконечное число отрезков в конечное время *).

Не будем спорить с Зеноном, а немного изменим его задачу. Допустим, что черепаха, которая была очень педантична, попросила Ахиллеса после каждого этапа (каждого члена в бесконечном ряду) делать какую-либо отметку или просто считать вслух этапы. Поскольку таких отметок должно быть сделано бесконечно много, то и время поединка сразу же становится бесконечным.

Как бы быстро Ахиллес ни отмечал этапы, бесконечное число отметок он сделать не может. Так невинное

*) Зенон не сомневался в том, что Ахиллес догонит черепаху, но делал вывод, что отрезок не может состоять из бесконечного числа частей.

бюрократическое усовершенствование сделало простую задачу невыполнимой. В таком виде задача Ахиллеса становится похожей на задачу об абсолютном нуле.

Для того чтобы охладить тело до абсолютного нуля, необходимо отобрать у него конечное количество тепла. Это количество тепла легко вычислить, если известно, как зависит теплоемкость тела от температуры. Но можно ли отобрать у тела все это тепло в один прием?

Именно в этом и состоит трудность. При любом методе охлаждения температура понижается в заданное число раз, а не на заданную величину. Когда мы описывали термодинамическую шкалу, обнаружилось, что эта шкала обладает замечательной симметрией. Если все значения температур умножить на один и тот же множитель, то формулы останутся без изменений. Это значит, что на понижение температуры заданного тела от 100° до 99° и от 200° до 198° надо затратить одно и то же количество работы, так как $100 : 99 = 200 : 198$.

Но если в термодинамике во все расчеты входят только отношения температур, отношения объемов и т. д., то в любом процессе, используемом для охлаждения, конечная (низкая) температура будет пропорциональна начальной (высокой), т. е. любая операция понижения температуры может только изменить масштаб — уменьшить температуру в какое-то число раз.

Так, в цикле Карно, как мы видели, выполняется соотношение $T_1 : T_2 = Q_1 : Q_2$. В него, очевидно, не входят ни количество тепла, ни температура сами по себе, а только их отношения.

Теперь легко понять, что для того, чтобы понизить температуру какого-то тела до абсолютного нуля, надо совершить бесконечное число операций. Каждая операция — это может быть замкнутый цикл или отдельный процесс, например адиабатическое расширение охлаждающегося газа.

В каждой операции затрачивается определенная конечная работа и температура понижается в некоторое конечное число раз. А так как на каждую операцию уходит конечное время, то полное время, нужное для охлаждения до абсолютного нуля, будет бесконечным. Путь к абсолютному нулю в этом смысле похож на состояние Ахиллеса и черепахи.

Можно спросить, не изменится ли положение в кинетической теории газов? Нельзя ли, скажем, перевести

все спины в системе электронов в низшее состояние (например, подождав, пока они излучат свой избыток энергии)? Но из этого ничего не получится. Если бы система находилась в бесконечном космосе, в полной пустоте, и излученная энергия уходила бы навсегда, то, конечно, спины потеряли бы всю энергию и система перешла бы в состояние, отвечающее температуре абсолютного нуля. Но если система находится в каком-то замкнутом объеме, ограниченном стенками, температура которых поддерживается постоянной, то такая система будет иметь температуру стенок и сделать ее ниже этой температуры без совершения работы невозможно.

ЭНТРОПИЯ

Пользуясь термометром, можно определить значение температуры любого тела. Правда, термометр показывает свою собственную температуру, а как она относится к температуре тела — не всегда просто выяснить. В нашей обыденной жизни мы часто говорим о температуре и большей частью забываем о сложных процессах, связанных с этим понятием. Научившись измерять температуру много лет назад, физики очень долго не могли понять, как температура связана с количеством тепла. Очень трудно было догадаться, что у температуры есть связанная с ней величина — энтропия, увеличение которой, умноженное на температуру, определяет количество тепла, полученного телом. Энтропия была открыта теоретически Клаузиусом и представляется одним из самых удивительных открытий, которыми столь богат XIX век.

Энтропия была введена в физику чисто теоретическим путем, так как не существовало прибора, которым ее можно было бы измерить. Нет даже способа сравнить энтропию двух разных систем, подобно тому как можно сравнивать температуру двух тел.

Нельзя, например, взять два сосуда с разными газами и сказать, какой из них имеет бо́льшую энтропию. Энтропию газа можно найти в таблицах, но нет прибора, подобного барометру или термометру, который бы показал величину энтропии.

Клаузиус пришел к понятию энтропии, пытаясь понять глубокий смысл исследований Карно. Карно, как мы уже знаем, доказал, что если между двумя

«телами» — нагревателем и холодильником — существует обратимый термодинамический процесс, т. е. построена тепловая машина, которая совершает работу, отбирая от нагревателя тепло $|Q_1|$ и отдавая часть этого тепла $|Q_2|$ холодильнику, то $|Q_1|$ и $|Q_2|$ связаны с температурами T_1 и T_2 нагревателя и холодильника пропорцией

$$|Q_1| : |Q_2| = T_1 : T_2.$$

Это соотношение справедливо для любой тепловой машины, если только она идеальна, т. е. если ее можно заставить работать в «обратную сторону» так, чтобы, затрачивая ту же работу, она отбирала от холодильника количество тепла $|Q_2|$ и передавала нагревателю количество тепла $|Q_1|$.

Написанную пропорцию лучше переписать так: $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{-Q_2}{T}$. Знак минус поставлен как свидетельство того, что тепло отнимается от рабочего газа. Отсюда получается, что

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Мы получили выражение, похожее на закон сохранения. При работе цикла Карно величина $\frac{|Q_1|}{T_1}$, «отнятая» от нагревателя, равна величине $\frac{|Q_2|}{T_2}$, «отданной» холодильнику.

Сам Карно, как мы знаем, пользовался моделью теплорода. Эта модель должна была приводить к какому-то соотношению, выражающему сохранение гипотетической тепловой жидкости. Модель была бы приемлемой, если бы выполнялось соотношение типа $|Q_1| = |Q_2|$. Это означало бы, что тепло сохраняется, а работа совершается за счет перехода тепла с более высокого уровня на более низкий.

Если бы температура была аналогом высоты, то работа, производимая машиной, должна была бы быть пропорциональной разности температур. Однако, как мы только что видели, в обратимом процессе сохраняется не количество тепла (или теплорода), содержащегося в теле, а другая величина, изменение которой равно изменению подведенной теплоты, поделенному на температуру тела.

Теплоту, участвующую в процессе, надо «поделить» на температуру, только тогда мы получим величину, сохраняющуюся в обратимом процессе.

Изменим обозначения и будем писать ΔQ_1 вместо Q_1 и ΔQ_2 вместо Q_2, подчеркивая, что речь идет о порции тепла ΔQ_1, полученной рабочим газом, и ΔQ_2, потерянной им. Для цикла Карно

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2}.$$

Клаузиус постулировал, что существует некоторая величина S, которая, подобно энергии, давлению, температуре, характеризует состояние газа. Когда к газу подводится небольшая порция тепла ΔQ, то S возрастает на величину, равную

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}.$$

Величину S Клаузиус и назвал энтропией.

После открытия Клаузиуса стало наконец ясно, почему было так трудно понять связь между теплом и температурой. Оказалось, что нельзя говорить о количестве тепла, заключенном в теле. Это понятие просто не имеет смысла. Тепло может переходить в работу, создаваться при трении и, вообще, никакой тенденции к сохранению не имеет.

В то же время точный смысл имеет понятие количества тепла, переданного телу или же отнятого от него. Тепло может передаваться, но, вообще говоря, не сохраняется. Сохраняющейся величиной в обратимом процессе оказалась совсем новая величина, о существовании которой никто раньше и не подозревал, — это и была энтропия Клаузиуса.

Посмотрим, что происходит, например, с энтропией газа в цикле Карно.

Соотношение для цикла Карно, написанное выше, означает, что в обратимом цикле Карно энтропия рабочего газа на первом этапе цикла возрастает ровно настолько, насколько она уменьшается на третьем этапе. На втором этапе, на котором газ был изолирован и не получал тепла, его энтропия оставалась постоянной; также постоянной она оставалась и на четвертом этапе.

Таким образом, в обратимом цикле Карно энтропия рабочего газа не изменяется. Не изменяется она и при адиабатическом процессе.

К понятию энтропии можно прийти и другим путем, определив ее как величину, которая остается постоянной при адиабатическом процессе, — подобно тому как температура постоянна при изотермическом процессе. Энтропия очень удобна для изображения цикла Карно, график которого превращается в прямоугольник. На таком графике очень хорошо видно, что энтропия «перетекает» от нагревателя к холодильнику, а потом обратно от холодильника к нагревателю, причем так, что в конце обратимого цикла энтропия рабочего газа возвращается к тому значению, которое она имела вначале.

ЦИКЛ КАРНО НА ДИАГРАММЕ *TS*

Нарисуем цикл Карно на диаграмме в переменных T и S (рис. 20). Первый этап — изотерма — изображается на этом графике прямой, параллельной оси S. Второй этап — адиабата; это прямая, параллельная оси T. Два последних этапа — вторая изотерма и вторая адиабата — дадут две других стороны прямоугольника.

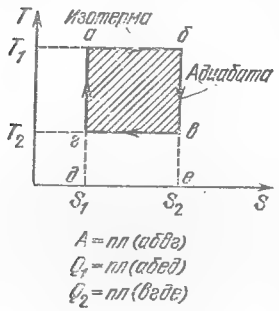


Рис. 20. Цикл Карно в переменных TS.

Нетрудно найти графическое изображение работы. Количество тепла, получаемого от нагревателя, определяется формулой $T\,\Delta S$. Так как тепло отнимается от нагревателя при постоянной температуре, то полное количество тепла, отнятое от нагревателя, равно $T_1\,(S_2 - S_1)$.

На диаграмме эта величина изображается площадью прямоугольника *абед*.

Так же подсчитывается и количество тепла, отданное холодильнику. Оно равно $T_2\,(S_2 - S_1)$. Эта величина изображается на диаграмме площадью прямоугольника *вгде*. Таким образом, полное количество тепла, перенесенное от нагревателя к холодильнику (а значит, и равная ему величина работы), равно площади заштрихованного прямоугольника *абвг*, изображающего цикл Карно. Коэффициент полезного действия будет равен отношению площадей двух рассмотренных прямоугольников.

Площадь прямоугольника равна $(T_1 - T_2)(S_2 - S_1)$.

Теперь легко поправить рассуждения Карно. Если представлять разность $T_1 - T_2$ как разность уровней, то роль падающей жидкости — теплорода — играет разность $S_2 - S_1$ значений энтропии газа в начале и конце процесса, а не количество какой-то субстанции, перенесенной рабочим газом от нагревателя к холодильнику.

Кроме цикла Карно, простого для теории, но неудобного для практического использования, существует множество других циклов, в которых газы превращаются в жидкость, как в паровой машине, взрываются, как в двигателе автомобиля, и т. д. Цикл может состоять из изохор и адиабат (цикл Стирлинга), из изобар и адиабат (цикл pT). Их нетрудно изображать как в координатах p, V так и в координатах T, S. Теорией таких циклов занимается техническая термодинамика.

Рисуя диаграммы, полезно знать, что площади на диаграммах pV и TS для одного и того же цикла равны друг другу: площадь на диаграмме pV есть полученная работа, площадь на диаграмме TS есть количество перенесенного тепла. Обе эти величины равны друг другу.

СОПРЯЖЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Напишем еще раз формулу для количества тепла, подводимого в какой-то системе в обратимом процессе:

$$\Delta Q = T\,\Delta S.$$

Эта формула напоминает формулу для количества работы, совершаемой над телом:

$$\Delta A = -p\,\Delta V.$$

В левых частях обеих формул стоят величины тепла и работы, для которых имеет смысл говорить лишь об их изменении: ΔQ и ΔA имеют вполне четкий физический смысл, но нет величин, которые бы можно было назвать теплом Q или работой A, содержащимися в теле. Величины T и p похожи друг на друга: равенство температур и давлений — два условия равновесия, обе величины измеряются непосредственно, T — термометром, p — манометром.

Естественно ожидать, что должно быть что-то общее и у оставшихся двух величин — энтропии и объема.

Одно такое свойство очевидно. Объем любой системы равен сумме объемов ее частей. Точно так же энтропия системы равна сумме энтропий ее частей. Объем и энтропия — величины аддитивные (или, как говорят, экстенсивные, в отличие от T и p — величин интенсивных: T и p системы равны T и p любой ее части).

Величины p и V называют сопряженными величинами, также сопряженными величинами являются энтропия S и температура T.

ЭНТРОПИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Хотя энтропию нельзя измерить, ее можно вычислить теоретически. Проще всего это сделать для идеального газа.

Возьмем 1 моль газа при некоторой температуре T_0. Пусть газ занимает объем V_0. Переведем его в другое состояние со значениями температуры и объема T и V. Сделаем это в два этапа. Сначала расширим газ изотермически, так, чтобы его объем стал V, а на втором этапе нагреем его при постоянном объеме до температуры T.

На первом этапе газ совершит работу (мы ее вычисляли), равную $RT_0 \ln \frac{V}{V_0}$. При этом газ получил от нагревателя количество тепла, равное той же величине. Значит, его энтропия возросла на

$$S_1 - S_0 = \frac{1}{T_0}\left(RT_0 \ln \frac{V}{V_0}\right) = R \ln \frac{V}{V_0}.$$

На втором этапе для нагревания газа на величину ΔT затрачивается количество тепла, равное $c_V \Delta T$. При этом энтропия газа возрастает на

$$\Delta S = c_V \frac{\Delta T}{T}.$$

Чтобы сосчитать изменение энтропии, когда температура изменяется на конечную величину от T_0 до T, нужно просуммировать все вклады ΔS, учитывая, что T растет. Это нетрудно сделать, если считать, что теплоемкость c_V остается в течение всего процесса постоянной.

Вычисление здесь надо производить по той же схеме, по которой мы вычисляли работу в изотермическом процессе. Для небольшого изменения объема мы писали

$$\Delta A = -p\Delta V = -RT\frac{\Delta V}{V},$$

что привело к формуле (при $T = \text{const}$)

$$A = -RT \ln \frac{V}{V_0}.$$

По аналогии мы можем написать и изменение энтропии при изменении температуры от T_0 до T:

$$S - S_1 = c_V \ln \frac{T}{T_0}.$$

Отсюда уже прямо вытекает формула для полного изменения энтропии:

$$S - S_0 = c_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}.$$

Значения V_0 и T_0 могут быть выбраны произвольно, поэтому полученная формула позволяет вычислять только изменение энтропии, а не ее абсолютную величину.

РЕАЛЬНЫЙ, НЕОБРАТИМЫЙ МИР

Рассказывая о циклах Карно, мы всегда подчеркивали, что все процессы обратимы. В реальном мире так не бывает. Возьмем, например, сосуд с газом, разделенный на две части теплоизолирующей перегородкой. Предположим, что температура в обеих половинах сосуда разная. Уберем перегородку. Температура начнет выравниваться (вместе с ней выравняется и давление). Никакой выгоды от такого процесса получить нельзя, разность температур исчезает, а никакой видимой работы не совершается. Нетрудно увидеть и причину такой «потери». Процесс теплопроводности, процесс выравнивания температуры необратим — не затратив работы, нельзя вернуть систему в исходное состояние.

С таким «исчезновением» возможной работы мы встречаемся на каждом шагу. Описывая изотермический процесс, при котором тепло переходит от нагревателя к рабочему газу, мы замечали, что этот процесс будет необратим, если между газом и нагревателем будет существовать хоть какая-либо разность температур. Необратимые процессы возникнут и внутри расширяющегося газа, если его температура не будет поддерживаться строго постоянной по всему объему. Поэтому на самом деле цикл Карно осуществить нельзя: для этого надо уничтожить все перепады температур. Но если это сде-

лать, то тепло перестанет перетекать от нагревателя и машина работать не будет.

Что же происходит с газом, в котором протекает необратимый процесс? Рассмотрим опять сосуд с газом, разделенный на две половины, и сосчитаем изменение энтропии газа при выравнивании температур.

Процесс перемешивания газа можно описать так: каждая порция газа расширяется, и ее объем увеличивается в два раза. Будем для простоты считать, что в каждой половине сосуда находилось $^1/_2$ моля газа и что в обеих половинах давление одинаковое. Так как температура после смешивания приняла, очевидно, значение $^1/_2\ (T_1 + T_2)$, то изменение энтропии будет равно

$$\Delta S = \frac{1}{2}\left(c_V \ln \frac{T_1+T_2}{2T_1} + R \ln 2\right) + \\ + \frac{1}{2}\left(c_V \ln \frac{T_1+T_2}{2T_2} + R \ln 2\right) = c_V \ln \frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2}} + R \ln 2.$$

Заметим, что это положительное число, так как $(T_1 + T_2)^2 \geqslant 4T_1T_2$. Энтропия возросла. Только в обратимых процессах энтропия системы остается постоянной — потери энтропии одной частью компенсируются выигрышем другой. Энтропия нагревателя уменьшается ровно настолько, насколько увеличивается энтропия рабочего газа, т. е. на $\frac{\Delta Q}{T}$. Модель теплорода работает хорошо, когда надо описывать передачу тепла от нагревателя к рабочему газу. Но когда рабочий газ отдает тепло Q_2 холодильнику, то это количество тепла меньше, чем то, которое он получил от нагревателя. В то же время энтропия $\frac{\Delta Q}{T}$, передаваемая холодильнику, в точности равна энтропии, полученной от нагревателя. В обратимом процессе от нагревателя к холодильнику в целости и сохранности передается энтропия, а не количество тепла.

Если бы это знал Карно, то, наверно, о дальше рассуждал бы так. Если в цикле передается количество теплорода (предположим, что Карно так назвал бы энтропию), равное $\frac{Q_1}{T_1}$, умножая эту величину на разность температур, получим, что работа, произведенная машиной, равна

$$\frac{Q_1}{T_1}(T_1 - T_2) = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

В этой формуле, конечно, мы узнаем выражение для работы идеального цикла с коэффициентом полезного действия $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ — выражение, полученное лишь Клаузиусом спустя много лет после смерти Карно *).

И все-таки модель теплорода спасти нам не удается. В необратимых процессах энтропия не сохраняется, и ее никак нельзя в таких процессах отождествлять с теплородом, который, по самому своему смыслу, не должен ни создаваться вновь, ни исчезать бесследно. Так что с теплородом приходится все же распроститься.

ПЛАТА ЗА РАБОТУ

Мы говорили, что если попытаться реализовать идеальный цикл, то мы встретимся с неразрешимыми проблемами. Главное, надо проследить, чтобы температура газа всегда точно равнялась температуре холодильника и чтобы расширение газа и его сжатие происходили бы очень медленно — иначе не будут успевать выравниваться температура и давление в газе. Такой цикл хотя и идеален, но ни на что не годится: его мощность будет строго равна нулю — любая работа потребует бесконечно большого времени. Чтобы получить какую-либо работу, приходится нарушать жесткие условия идеального цикла. Но как только условия будут нарушены, в игру войдет теплопроводность — между участками с разной температурой возникнет поток тепла и, как было сказано выше, возрастет энтропия.

При изотермическом расширении (на первом этапе цикла Карно) энтропия возрастет не на $\frac{\Delta Q_1}{T_1}$, а на бóльшую величину. Точно так же при передаче тепла холодильнику энтропия уменьшится не на $\frac{\Delta Q_2}{T_2}$, а на меньшую величину. В результате энтропия рабочего газа после всего цикла возрастет.

Отсюда следует одна из самых важных теорем, гласящая, что изменение энтропии тела (или системы) всегда больше, чем количество тепла, подведенного к телу

*) Карно знал, что «движущая сила огня» зависит только от T_1 и T_2, но как именно зависит — он не знал.

(системе), деленное на абсолютную температуру тела:

$$\Delta S \geqslant \frac{\Delta Q}{T}.$$

Знак равенства отвечает обратимому (т. е. практически неосуществимому) процессу.

Возрастание энтропии — это плата за реальную работу тепловой машины, за то, что машина имеет мощность, отличную от нуля.

Если мы хотим, чтобы какая-то машина совершила работу, то за это необходимо заплатить не только расходом энергии, но и возрастанием энтропии системы. Энергию можно вернуть, отдав обратно полученную работу. Возросшую энтропию уменьшить (без дополнительной работы) нельзя — в обратном процессе она еще больше возрастет.

Наверно, было бы разумнее изменить знак в определении энтропии — ведь если что-то теряется, то логично говорить об уменьшении. В теории информации так и делают — говорят о «негэнтропии» — энтропии с обратным знаком.

Платить энтропией надо не только за совершенную работу, надо платить и за любое измерение.

Больному поставили термометр. Столбик ртути вначале не был виден. К термометру пошел поток тепла от тела больного, и столбик ртути поднялся вверх. Вместе с тем увеличилась энтропия термометра и уменьшилась (незначительно) энтропия больного. Энтропия системы больной + термометр возросла необратимо. Нельзя поставить термометр так, чтобы потока тепла не возникало, — для этого надо знать температуру больного заранее. Но именно такой информации вначале нет — иначе зачем было ставить термометр.

Какое бы измерение ни было произведено, за все надо заплатить энтропией. В нашем мире любой выигрыш в работе, любое измерение обязательно приведут к увеличению энтропии. Возрастание энтропии сопровождает нас на каждом шагу. Трение, теплопроводность, диффузия, вязкость, джоулево тепло — вот некоторые из основных механизмов, которые увеличивают энтропию.

Энтропия изолированной системы растет до тех пор, пока система не придет в состояние термодинамического равновесия, когда в ней прекратятся все необратимые процессы.

В состоянии теплового равновесия энтропия достигает своего максимально возможного значения. Газ потому «забывает» о стенках и столкновениях, что в состоянии с максимальной энтропией ему нечем «заплатить» за информацию о характере ударов, ибо энтропия больше расти не может.

ЕЩЕ ОДНА ФОРМУЛА ДЛЯ ЭНТРОПИИ

Для энтропии, отнесенной к 1 молю идеального газа, мы получили формулу

$$S - S_0 = c_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}.$$

Если воспользоваться уравнением состояния $pV = RT$ и с его помощью исключить V, то получим

$$S - S_0 = (c_V + R) \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{p}{p_0},$$

или

$$S - S_0 = c_P \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{p}{p_0},$$

где $c_P = c_V + R$ — это теплоемкость при постоянном давлении. Можно теперь заключить, что выравнивание давления при постоянной температуре также приводит к увеличению энтропии. Механизм выравнивания давления состоит в том, что частицы газа, сталкиваясь, передают друг другу количество движения. При этом частицы газа, которые имеют в среднем большие скорости, передают часть своего момента другим частицам: происходит торможение более быстрых частиц. Это — вязкость газа. Вязкость включается в действие, когда в газе (или жидкости) *) возникают разности давлений. Когда давления выравниваются, мы опять можем забыть о том, что частицы сталкиваются между собой. Никаких воспоминаний об этих столкновениях в состоянии равновесия не сохранилось.

---

*) Вязкость существует и в твердых телах, только там ее труднее заметить. Звук, распространяющийся в твердом теле, затухает из-за вязкости — в свинце быстрее, в меди медленнее, а в сыре звуковые колебания совсем не возникают.

ДВА НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ

Мы прошли уже бóльшую часть пути, и можно сделать краткую остановку. Позади осталась история о том, как из очень смутных представлений о теплоте и теплороде возникли новые понятия: энтропия, температура, внутренняя энергия. История теории тепла оказалась похожей на запутанный детектив. Величины, которые заняли главное положение в этой науке, нельзя было наблюдать или измерить непосредственно.

Нельзя даже сказать, что новые понятия возникли из новых опытов. Только определение механического эквивалента тепла в опытах Джоуля можно отнести к фундаментальным опытам в этой области, да и то Карно и Майер вычислили эту величину существенно раньше Джоуля, не производя никаких новых экспериментов. Стройное здание термодинамики явилось результатом размышлений о единстве физических законов, о глубокой связи, которая должна существовать между разными явлениями природы. Успех термодинамики показывает, насколько справедлива наша уверенность в том, что природа управляется простыми законами и что эти законы могут быть открыты и поняты. Самое удивительное в нашем мире — это то, что он познаваем.

Законы, управляющие тепловыми явлениями, оказались простыми. Практически вся термодинамика строится на двух постулатах, которые называют началами. Они были сформулированы Клаузиусом и Томсоном.

Первое начало термодинамики — это закон сохранения энергии. Он включает в себя принцип эквивалентности тепла и механической работы (этим он отличается от закона сохранения энергии в механике), и его можно сформулировать так: изменение внутренней энергии системы равно сумме подведенного к ней тепла и совершаемой над ней механической работы.

Второе начало термодинамики связано с законом возрастания энтропии: энтропия замкнутой системы не может уменьшаться. Этот же принцип можно сформулировать и иначе: не существует такого процесса, единственным результатом которого было бы охлаждение одного тела и совершение механической работы. Нельзя превратить тепло в работу целиком; доля тепла, превращенного в работу, не может превышать значения функции Карно.

В этот набор постулатов включается еще и третий — третье начало, именуемое также теоремой Нернста: никаким конечным числом операций нельзя охладить тело до температуры, равной абсолютному нулю. Теорема Нернста есть на самом деле следствие квантовой механики. Об этом, конечно, Нернст не знал, но он ясно видел следствия своей теоремы для теории тепла.

Два начала термодинамики запрещают, объявляют невозможными вечные двигатели.

Первое начало запрещает вечный двигатель первого рода, т. е. двигатель, совершающий работу без затраты тепла или внутренней энергии какой-либо системы. Этот запрет кажется сейчас уже тривиальным, к закону сохранения энергии привыкли в механике.

Второе начало объявляет вне закона вечный двигатель второго рода, добывающий энергию от одного нагревателя, т. е. работающий не на перепаде тепла, а лишь за счет тепла одного тела. Это морозильник, который не только не подключен к сети, но и нагревает комнату за счет тепла, отобранного от замораживаемых продуктов. Похожего закона в механике не было, и объяснить, почему нельзя построить вечный двигатель второго рода, очень трудно. Принцип возрастания энтропии — это свойство нашего микромира, которое, быть может, и нельзя свести к другим, более простым законам.

Возрастание энтропии определяет и направление времени. Радиоактивный распад, торможение парашютиста, расход энергии пружины заведенных часов (или энергии электрической батареи) и, в конце концов, старение всех нас — все эти процессы происходят в одну и ту же «сторону», благодаря им мы отличаем будущее от прошедшего. Удивительно, что во всей известной нам Вселенной время течет в одну сторону. Рождение для всех наблюдателей предшествует гибели, причина никогда и нигде не опережает следствий.

Всюду, всегда энтропия растет, задавая «стрелу времени» — так иногда называют то, что отличает «вчера» от «завтра».

ХОЛОДИЛЬНИК

Хотя обратимость циклов в тепловой машине использовалась во многих рассуждениях и теориях, очень долго никому не приходило в голову, для

чего может понадобиться на практике тепловая машина, которая работала бы в обратном направлении. Почему-то идея комнатного холодильника возникла сравнительно недавно. Комнатный холодильник, набитый льдом, появился в квартирах лишь в середине прошлого века, а электрический холодильник, который стоит сейчас почти в каждой кухне, появился в продаже лишь в первых десятилетиях нашего века.

Если оставить в стороне конструктивные соображения, то холодильник работает по тому же принципу, что и тепловая машина, только все операции проводятся в обратном порядке. Цикл C заменен на цикл C^{-1} (рис. 21).

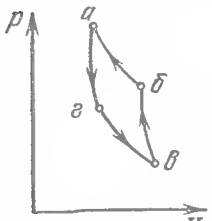


Рис. 21. Цикл холодильника.

При изотермическом расширении на этапе *вг* тепло ΔQ_2 от холодильника переходит к охлаждающемуся газу. Дальше газ адиабатически сжимается до давления, отвечающего точке *б*, в которой газ вступает в контакт с нагревателем (комнатой) и где он в процессе изотермического сжатия до точки *а* передает нагревателю (в действительности — просто воздуху комнаты) тепло ΔQ_1. На это затрачивается работа. На последнем этапе газ адиабатически расширяется и «возвращается» в точку *в*. В холодильном цикле на участке *вба* работает компрессор (в прямом цикле это был цилиндр с поршнем, который служил источником работы). Вместо компрессора в старых холодильниках давление газа повышалось нагреванием, после нагревания газ вытекал, расширяясь, в практически пустой сосуд. При расширении его температура уменьшалась.

Комнатный холодильник охлаждает продукты и нагревает комнату. Когда-то, когда холодильники только входили в быт, рекламировалась электрическая плита, которая поворотом рукоятки превращалась в холодильник. Была ли эта плита удобна и хороша, неизвестно, но она прекрасно демонстрировала основную идею обратимого цикла Карно.

Для холодильника не очень просто определить величину, подобную коэффициенту полезного действия у теплового двигателя. На диаграмме TS (рис. 22) видно, что от холодильника отнимается тепло ΔQ_2, а нагревателю отдается тепло ΔQ_1; избыток пополняется работой,

совершаемой компрессором. Эту работу, казалось бы, можно сделать сколь угодно малой, если бы разность температур нагревателя и холодильника также была бы достаточно малой. Однако на практике нагреватель задан. Температура нагревателя — это температура комнаты. Ясно, что в очень холодной комнате охладить продукты легче, чем в жарко натопленной, и в зависимости от условий затраченная работа может сколько угодно превышать количество отобранного тепла, как это легко видеть на рис. 23.

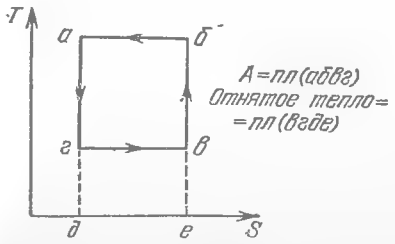


Рис. 22. Работа холодильника (не обязательно цикл Карно!).

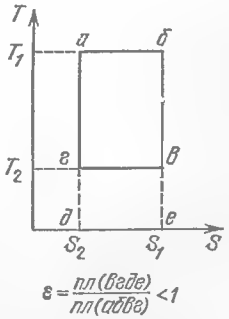


Рис. 23. Эффективность холодильника.

Отношение величины произведенной работы к величине отобранного у холодильника количества тепла, которое характеризует эффективность холодильника, может быть очень малым, если холодильник лишь слегка понижает температуру, но может быть и сколь угодно большим, если требуемая разность температур должна быть большой. Вряд ли стоит называть величину, которая может иметь любые значения от нуля до бесконечности, коэффициентом полезного действия. Ее принято называть эффективностью.

НАСОС ТОМСОНА

Сейчас никого не удивляет, что холодильник нагревает комнату. Из второго начала термодинамики следует, что нельзя построить прибора, который бы охлаждал какой-то объем, не затрачивая совсем работы.

Было бы хорошо иметь кухонный комбайн, который замораживал бы продукты и варил обед, не требуя питания от сети. Это, однако, запрещено вторым началом термодинамики.

Но если не требовать от холодильника невозможного, а поставить перед ним более простую задачу обогрева кухни, в которой он стоит, то он, казалось бы, может это сделать почти бесплатно. Такую на первый взгляд странную установку придумал Томсон (Кельвин). Он ее назвал тепловым насосом.

Если на кухне есть балкон, то можно поставить холодильник в пролет двери, дверцей на улицу, а задней стенкой в кухню. Откроем дверцу холодильника и включим его в сеть. Холодильник будет перекачивать тепло, охлаждая улицу и нагревая комнату. Он может переносить много тепла, затрачивая очень мало работы: для этого надо только, чтобы перепад температуры был небольшим. Тогда площадь кривой, изображающей цикл, будет маленькой (рис. 24), а количество перенесенного тепла — большим. Ошибки в этом рассуждении нет — мы просто использовали режим работы холодильника с большой эффективностью, о которой уже было рассказано. Тепловой насос — не очень полезный прибор, но он превосходно иллюстрирует разницу между первым и вторым началом термодинамики. Первое начало утверждает эквивалентность тепла и работы, второе указывает на их принципиальное различие: чтобы получить работу, надо создать поток тепла; последний, однако, обязательно сопровождается ростом энтропии, но не обязательно связан с большим изменением энергии системы.

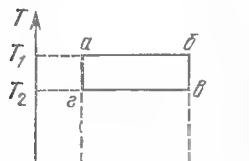


Рис. 24. Насос Томсона.

Парадоксальность теплового насоса состоит в том, что он создает разность температур почти без затраты работы. В обычном же процессе теплопроводности разность температур исчезает без совершения работы. Если теперь построить тепловой двигатель, который бы работал на той разности температур, которую создал почти бесплатно тепловой насос, то такой двигатель будет выдавать работы не больше, чем было потрачено на созда-

ние этой разности (а в силу необратимых потерь даже меньше). Неравенство в законе энтропии работает честно в одну сторону: легко потерять энергию, ничего не получив взамен, но нельзя ее добыть, ничем за это не заплатив.

ФОРМУЛА БОЛЬЦМАНА

После Томсона и Нернста здание классической термодинамики было завершено *). Но к тому времени, когда в термодинамике завершились, так сказать, отделочные работы, развился новый взгляд на физические явления, взгляд со стороны кинетической теории газов. Надо было соединить в одно целое то, что делал Максвелл, и то, чего достигли Томсон и Нернст. С точки зрения Максвелла газ — это коллектив частиц, каждая из которых описывается уравнением механики Ньютона.

Большим успехом кинетической теории газов было объяснение давления и внутренней энергии. Мост между механикой и термодинамикой выглядел вполне надежным, если бы не одна его слабость — в механике не было места энтропии.

Найти это место оказалось задачей необычайно трудной. Когда она была, наконец, решена в 1872 г. Больцманом, то вновь повторилась старая история: Больцман встретил непонимание большинства своих коллег. Старое поколение не видело причин, которые оправдывали бы пересмотр вполне хорошей теории тепла.

Больцман увидел, что энтропия появляется в кинетической теории как результат применения понятия теории вероятности к системам, на которые до него смотрели только с точки зрения механики.

Формула, открытая Больцманом, имеет очень простой вид:

$$S = k \ln w.$$

Она связывает термодинамическую величину — энтропию со статистической величиной w — вероятностью состояния. Коэффициент k был добавлен в эту формулу позже Планком, который и назвал его постоянной Больцмана. В физике есть короткие формулы, полные глубокого смысла. Они устанавливают связь между ве-

*) Термодинамика выглядела настолько завершенной, что ученик Гильберта Каратеодори придумал строгое изложение термодинамики (совсем как в математике), основанное на аксиомах.

личинами, которые раньше считались имеющими совсем разную природу. Так, формула Ньютона $f = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}$ установила связь между массой и силой тяготения; формула Эйнштейна $E = mc^2$ объединила два совершенно разных в классической механике понятия — массу и энергию; формула Планка $\hbar\omega = \varepsilon$ открыла связь между частотой и энергией кванта; формула Хаббла $v = HR$ — связь между расстоянием до галактик и скоростью их разбегания. Это все великие формулы, и формула Больцмана занимает среди них почетное место, а сам Больцман остался в истории, как один из главных создателей статистической физики.

Чтобы понять смысл формулы Больцмана, рассмотрим сосуд объемом V_0, в котором находится идеальный газ. Атомы газа беспорядочно движутся внутри сосуда. С течением времени каждый атом побывает одинаково часто (с одинаковой вероятностью) практически во всех частях сосуда. Не делая большой ошибки, можно сказать, что половину всего времени каждый атом проводит в правой, а половину времени в левой половине сосуда. Также можно утверждать, что если сосуд мысленно разделен на четыре равные части, то в каждой из них атом проводит одну четверть всего времени. Продолжая эти рассуждения, можно заключить, что в каждом выделенном объеме V (независимо от его формы) атом проводит долю времени, равную $\frac{V}{V_0}$, если V_0 — объем всего сосуда. Этот факт можно описать так: вероятность найти атом в объеме V равна $w = \frac{V}{V_0}$.

Соберем теперь все интервалы времени, когда наш атом (мы обозначим его атом *1*) находится в объеме V, и будем следить за другим атомом — атомом *2*. Этому атому нет никакого дела до поведения и местонахождения атома *1*. Поэтому независимо от того, где находится атом *1*, атом *2* долю времени $\frac{V}{V_0}$ также проводит в объеме V. Это значит, что за некоторое большое время T атом *1* будет находиться в объеме V в течение времени $T_1 = \frac{V}{V_0} T$. За это же время T_1 атом *2* будет находиться в том же объеме V в течение времени

$$T_2 = \frac{V}{V_0} T_1 = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 T.$$

Отсюда можно заключить, что вероятность найти в объеме V атом *1* и атом *2* вместе равна $w_2 = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2$. Это рассуждение можно продолжить, включив в него и другие атомы.

Таким образом, вероятность найти в объеме V все N_A атомов (весь моль) равна

$$w_{N_A} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{N_A}.$$

Эта вероятность относится к такому странному состоянию, когда газ, заполняющий весь сосуд, случайно сожмется и займет объем V. Число Авогадро невообразимо велико, поэтому w_{N_A} очень мала: никогда не бывает, чтобы газ сам очистил хотя бы самую незначительную долю объема, т. е. чтобы V отличалось от V_0 на сколько-нибудь заметную величину.

Если мы теперь сравним формулу для вероятности с выражением для энтропии идеального газа (при $T = T_0$)

$$S - S_0 = R \ln \frac{V}{V_0}$$

или, для одной молекулы,

$$S - S_0 = k \ln \frac{V}{V_0},$$

то увидим, что *)

$$S - S_0 = k \ln w.$$

Это и есть формула Больцмана для идеального газа при $T = \text{const}$.

КАК ЗАВИСИТ S ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ?

Доказательство формулы Больцмана для газа, в котором меняется температура, существенно более сложно. Мы приведем не вполне строгое рассуждение.

Для этого вспомним, что мы говорили в связи с распределением скоростей Максвелла. Будем следить

---

*) На самом деле мы вычисляем не саму энтропию, а ее приращение при переходе от объема V_0 к объему V. Энтропия исходного состояния газа (температура T_0, объем V_0) остается неопределенной постоянной. Это относится и ко всем дальнейшим формулам.

за тем, как движутся атомы в пространстве скоростей, т. е. как изменяется скорость атомов со временем. В отличие от обычного пространства, пространства координат, в котором атом мог находиться в любой точке с равной вероятностью, в пространстве скоростей его «координаты» v принимают лишь значения, близкие к среднему значению скорости:

$$v_{\text{ср}} = \alpha \sqrt{kT}.$$

Мы не будем уточнять, о какой средней скорости идет речь — среднеквадратичной, наиболее вероятной и т. д., — и оставим коэффициент α без внимания. Скорость атомов, как это следует из распределения Максвелла, не равна точно $v_{\text{ср}}$. Но можно сказать, что бóльшая часть атомов имеет скорость, которая отличается от $v_{\text{ср}}$ не более чем на $\beta \sqrt{kT}$, где β — еще одна постоянная, точный смысл которой нам не важен.

Такое утверждение можно оправдать, если вспомнить, что говорилось о дисперсии — разбросе значений v^2 (или энергии) около среднего значения (строгое обоснование его сложно). Можно сказать, что в пространстве скоростей подавляющая часть молекул оказывается в объеме, в котором все точки находятся на расстоянии, не большем чем примерно $\beta \sqrt{kT}$, от точки, отвечающей значению компонент средней скорости.

Теперь можно сказать, что в пространстве скоростей почти все атомы находятся в объеме величиной порядка $\beta^3 (kT)^{3/2}$. Если температура газа изменилась до значения T, то этому в пространстве скоростей отвечает картина, в которой почти все атомы «столпились» в меньшем объеме, если $T \leqslant T_0$, или «разбежались» в больший объем, если $T > T_0$.

Вычислить вероятность такого редкого события совсем просто. Надо действовать так же, как действовали мы при вычислении вероятности «собирания» газа в меньший объем в обычном пространстве. Вероятность эта равна

$$w = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2} N_{\text{A}}}.$$

Как легко видеть, коэффициенты исчезли из формулы — потому-то мы имели основание ими не интересоваться.

Энтропия равна логарифму этого выражения, умноженному на R. Значит,

$$S - S_0 = c_V \ln \frac{T}{T_0} \quad (\text{при } V = V_0),$$

так как $^3/_2 N_A = c_V$ есть теплоемкость 1 моля газа при постоянном объеме.

Выведенная формула совпадает с той, которая была получена из термодинамики. Однако если сравнить этот вывод со старым выводом, в котором вычислялось количество тепла и работы и совсем не упоминалась вероятность, то приходится удивляться, сколь разные точки зрения в физике приводят в конце концов к одним и тем же формулам. Возможность смотреть на физические явления с самых разных точек зрения — характерное свойство современной науки. Научиться этому — первейшая задача естествоиспытателя.

ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

Совсем по-другому появляются энтропия и температура в системах, в которых действуют законы квантовой механики. В таких системах, как, например, атомное ядро, нельзя измерять у частиц (нуклонов) их координаты и скорости. Да это и никому не нужно. Атомное ядро характеризуется тем, какие значения энергии оно может иметь *), — эти значения энергии составляет то, что называют спектром атомного ядра.

Если атомное ядро получило извне большую энергию, например, оно захватило нейтрон, то после такого акта захвата оно с примерно равной вероятностью может оказаться в одном из многих «конечных» состояний. Объем ядра почти не изменяется, поэтому свобода выбора конечного состояния ограничивается выбором энергии. Задача становится похожей на задачу вычисления вероятности в пространстве скоростей. Однако в случае ядра мы ничего не знаем о скоростях нуклонов. Зато мы знаем, что у ядра есть много уровней энергии. В каждом маленьком интервале энергии (если сама энергия не

*) Каждое состояние ядра, кроме энергии, описывается еще рядом других характеристик: спином, четностью и т. д. О них мы подробно говорить не будем, но они важны, так как может быть много состояний с одной энергией, отличающихся другими характеристиками.

очень мала) расположено сравнительно много уровней, и мы можем говорить о числе уровней Δn на единичный интервал энергии ΔE. Такую величину $\frac{\Delta n}{\Delta E}$ называют плотностью уровней и обозначают $\rho(E)$. Можно высказать такую гипотезу: вероятность найти ядро (после захвата нейтрона) в некотором состоянии пропорциональна плотности уровней в том интервале энергии, в который попадает ядро по закону сохранения энергии.

Если выбрать какую-то плотность уровня за стандартную, эталонную ρ_0 и относить плотности уровней к этой произвольно выбранной единице, то для энтропии получим по формуле Больцмана

$$S = k \ln \frac{\rho}{\rho_0}.$$

Такой грубой формулой можно пользоваться для приближенного описания систем с достаточно большим числом степеней свободы. Она нашла, например, красивое применение для описания ядерных реакций.

ТЕМПЕРАТУРА АТОМНЫХ ЯДЕР

В 1937 г. Бор предложил описывать ядерные реакции с помощью модели составного, или «компаунд»-ядра. Идея этой модели состояла в том, что реакция, которая происходит при столкновении нейтрона с ядром, описывается в два этапа. Первый этап состоит в захвате нейтрона ядром. Если энергия нейтрона не велика, то он быстро растрачивает ее. Нейтрон притягивается ядром, и эта энергия притяжения «разбазаривается» между нуклонами, так что внутри ядра устанавливается некоторое статистическое распределение. Чем больше энергии попадает в ядро, тем больше оно «возбуждается» и тем больше становится плотность его уровней, которая растет очень быстро с энергией возбуждения.

В таком состоянии ядро оставаться долго не может. Подобно нагретой жидкой капле, ядро должно отдать избыточную энергию и охладиться. Излишек энергии будут уносить «испаряющиеся» частицы.

Этот процесс может быть описан аналогично испарению с поверхности нагретой капли. Испаряющиеся молекулы распределяются по Максвеллу, с тем только от-

личием, что распределение здесь описывает не покоящийся (как целое) газ, а поток *) молекул, вылетающих из жидкости. Чтобы описать процесс испарения частиц из ядра, надо знать температуру ядра. Но мы знаем только энергию возбуждения и плотность уровней — температуру же ядра мы измерить не можем. Ни один из приборов, известных термометристам, даже в принципе не подходит для выполнения такой задачи. Зато температуру ядра можно вычислить.

Если немного возбудить ядро, добавив ему энергию ΔE, то его энтропия возрастет на

$$\Delta S = \frac{\Delta E}{T},$$

так как увеличение энергии ядра и подвод тепла к ядру — это одно и то же. Подставляя сюда значение ΔS, получим **)

$$\frac{1}{T} = k\frac{\Delta \ln \rho}{\Delta E},$$

т. е. обратная температура равна изменению логарифма плотности уровней с энергией возбуждения. Чем сильнее возбуждение, тем больше плотность уровней и тем больше температура ядра.

Температуру ядра естественно измерять не в градусах Кельвина (в кельвинах), а в энергетических единицах, т. е. в джоулях, избавившись, наконец, от постоянной Больцмана k. Однако джоуль — единица слишком большая, поэтому температуру (так же как и энергию возбуждения ядра) принято измерять в миллионах электрон-вольт: 1 МэВ $= 1{,}6 \cdot 10^{6}$ эрг $= 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж или 1 МэВ $= 10^{10}$ К.

Конечно, применение к ядру понятия температуры не очень обосновано. Число частиц в ядре невелико, и ядро не забывает полностью свою историю. Тем не менее во многих случаях спектр скоростей нейтронов, вылетающих из возбужденного ядра, очень похож на спектр молекул, испаряющихся из нагретой капли. Только тем-

---

*) В таком распределении появляется лишний множитель v_z (z — нормаль к поверхности), учитывающий тот факт, что поток частиц пропорционален произведению их плотности на компоненту их скорости.

**) ρ_0 можно отбросить, как постоянную.

пература, которой отвечает распределение частиц, очень большая. Можно показать, что температура ядра растет примерно как корень квадратный из энергии возбуждения и составляет (в энергетических единицах) примерно 1—1,5 МэВ при энергии возбуждения 10 МэВ в области ядер с $A \approx 100$. Это соответствует приблизительно 10^{10} К, так что нейтронный «пар» над ядром на самом деле очень горячий!

Пример с температурой ядра интересен для нас еще и тем, что в ядре в единицах энергии измеряют две величины — величину возбуждения и температуру, показывающую, как изменяется плотность уровней с ростом энергии возбуждения. Именно это различие между количеством тепла и температурой трудно было понять нашим предкам.

СПИНЫ В РЕШЕТКЕ

Предположим, что у нас есть кристаллическая решетка, в узлах которой расположены неподвижные одинаковые атомы. Пусть у каждого атома есть угловой момент — спин — и связанный со спином магнитный момент. О похожей системе — системе электронов — мы уже говорили выше.

Все, что нам надо знать об атомах, — это то, что если абсолютная величина спина атома равна $s\hbar$, то его проекция на направление магнитного поля может принимать не любые значения, а лишь $2s + 1$ значений, равных

$$-s\hbar,\ -(s-1)\hbar,\ \ldots,\ (s-1)\hbar,\ s\hbar.$$

Магнитный момент атома направлен по его спину, а потому его проекция на магнитное поле также принимает $2s + 1$ значений.

Если мы обозначим максимальную величину проекции магнитного момента через $g\mu s$, то его возможные проекции будут

$$-g\mu s,\ -g\mu(s-1),\ \ldots,\ g\mu(s+1),\ g\mu s.$$

Обозначение магнитного момента тремя буквами имеет смысл. μ — это единица измерения. Если магнитный момент связан с электронами (как в рассмотренной раньше модели), то $\mu = \mu_0$ — магнетону Бора и магнитный момент gs измеряется в магнетонах Бора. Если магнитный

момент связан с ядром, то $\mu = \mu_N$ — ядерному магнетону:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p c},$$

где M_p — масса протона, и магнитный момент измеряется в ядерных магнетонах.

Точные значения этих величин таковы:

$$\mu_0 = 0{,}578839 \cdot 10^{-8} \text{ эВ/эрстед},$$
$$\mu_N = 3{,}1525 \cdot 10^{-12} \text{ эВ/эрстед}.$$

Единицы выбраны так, чтобы после умножения на величину магнитного поля получалась бы энергия в эВ.

Наконец, g — это отношение магнитного момента к угловому — так называемое гиромагнитное отношение. Оно может быть положительным и отрицательным. У протона $g = 2{,}8$, у нейтрона $g = -1{,}9$. У одних ядер $g < 0$ (как у Земли!), у других $g > 0$.

Во внешнем магнитном поле энергия магнитного момента атома равна $-mg\,\mu_0 H$, где m принимает одно из $2s + 1$ значений:

$$m = -s,\ -s+1,\ \ldots,\ s-1,\ s.$$

Этот вывод можно сформулировать и немного иначе. Ядро в магнитном поле имеет $2s + 1$ уровней энергии, таких, что разность энергий между уровнями постоянна и пропорциональна величине магнитного поля. Можно это утверждение принять на веру и не разбираться в доказательстве вообще.

РАВНОВЕСИЕ СПИНОВ И ТЕМПЕРАТУРА

Пусть сначала никакого магнитного поля нет. Тогда повороты спинов не влияют на энергию и спин с одинаковой вероятностью имеет любую из $2s + 1$ проекций. Условно мы изобразим эту картину так, что на каждом из $2s + 1$ уровней, которые имеют одинаковую энергию, нарисуем одинаковое число кружочков (рис. 25). После включения магнитного поля в первый момент количество атомов на каждом уровне не успеет измениться, хотя энергия уровней станет разной согласно формуле $\varepsilon_m = -mg\,\mu_0 H$.

Если бы атомы были полностью изолированы, то их спины, как свободные магнитные стрелки, не могли бы остановиться — для остановки нужно трение в опоре. Роль трения для атомов будет играть их взаимодействие с другими атомами, с которыми они обмениваются энергией. Это и будет процессом установления теплового равновесия. В результате через некоторое время распределение спинов атомов по уровням будет описываться формулой, похожей на формулу Максвелла, а именно: число атомов, которые будут находиться на m-м уровне и иметь энергию ε_m, пропорционально знакомой уже экспоненте:

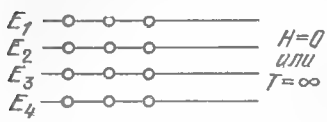


Рис. 25. Распределение атомов без магнитного поля.

$$w(m) = Ae^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} = Ae^{\frac{mg\mu_0 H}{kT}}.$$

Коэффициент A определяется из условия, что полное число ядер задано и равно, например, N:

$$A \sum_{m=-s}^{s} w(m) = N.$$

Сумму (она есть геометрическая прогрессия с отношением соседних членов, равным $e^{\frac{g\mu_0 H}{kT}}$) легко вычислить, но мы это делать подробно уже не будем.

Распределение спинов атомов в тепловом равновесии иллюстрируется на рис. 26.

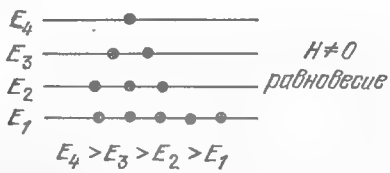


Рис. 26. Спины в магнитном поле в тепловом равновесии.

Мы видим, что можно говорить о спиновой температуре атомов. Это есть величина, которая определяет закон распределения спинов по разным проекциям в магнит-

ном поле. Если температура очень велика ($T \to \infty$), то экспонента становится равной единице и все $w(m)$ становятся равными друг другу.

Распределение спинов атомов по уровням в магнитном поле приводит почти сразу к неожиданному парадоксу.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Хотя всегда утверждается — и это утверждение правильно, — что абсолютный нуль представляет собой самую низкую из возможных температур, физики часто говорят и об отрицательных температурах.

Пусть атом имеет спин $^1/_2$ и, соответственно, имеет в магнитном поле два состояния с $m = \pm^1/_2$.

Если магнитный момент атома положителен ($g > 0$), то у большей части атомов спины направлены по полю. Даже при $T = \infty$ вероятности обоих направлений, как мы видели, только сравниваются. Это значит, что, сколько бы ни подводить к системе тепла, нельзя сделать так, чтобы состояние с большей энергией встречалось чаще — было бы больше «населено», чем состояние с меньшей энергией. Тем не менее такой обратной заселенности можно достичь с помощью небольшой хитрости.

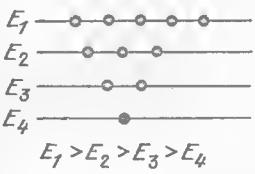


Рис. 27. Распределение при «отрицательной» температуре.

Для этого надо быстро изменить направление магнитного поля на обратное. Чтобы описать новую ситуацию, надо во всех формулах заменить H на $-H$. Но это то же самое, что изменить T на $-T$. Распределение спинов после «поворота» поля будет выглядеть так, как будто их температура стала отрицательной. Уровень с большей энергией заселен больше (рис. 27)!

То, что нельзя было сделать, отбирая тепло, оказалось сравнительно просто сделать, управляя магнитным полем. У системы уровней немного, и переставить их местами оказалось возможным.

Что будет с такой системой дальше? Ясно, что система спинов будет возвращаться в состояние теплового равновесия. Спины атомов будут переворачиваться благодаря электромагнитному взаимодействию атомов. Избы-

ток энергии будет уходить в другие части системы, и спины атомов распределятся так, как должно быть при температуре T. Такой процесс очень похож на передачу тепла — избыток энергии отдается более холодным частям системы. Избыток энергии возник, конечно, когда к системе спинов была добавлена энергия при обращении направления магнитного поля.

Этот результат можно описать и более формально. Для этого запишем отношение «населенностей» двух уровней:

$$\alpha = \frac{w(\varepsilon_1)}{w(\varepsilon_2)} = e^{-\frac{\Delta}{kT}},$$

где $\Delta = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ — разность энергий двух уровней. Из формулы видно, что в «нормальной» ситуации, когда T изменяется от 0 до ∞, α изменяется от 0 до 1; интервалу же изменений α от 1 до ∞, когда верхний уровень более заселен, надо сопоставить значения T от $-\infty$ до 0. Населенность описывается разрывной функцией от T; равной населенности двух уровней отвечают два значения температуры: $T = \pm\infty$, так как $\alpha(\pm\infty) = 1$.

Таким образом, относительная населенность верхнего уровня (величина α) описывается температурой несколько парадоксальным образом. Населенность растет, когда температура поднимается от нуля до бесконечности. Но $T = \infty$ отвечает не самому большому значению α. Населенность может расти и дальше (от 1 до ∞), если температура будет расти, оставаясь отрицательной, от $-\infty$ до 0. В этом смысле можно сказать, что отрицательные температуры лежат «выше» $T = \infty$. Описание поведения α было бы проще, если бы мы пользовались величиной, обратной температуре: $\beta = 1/T$. Нетрудно увидеть, что, когда α изменяется от 0 до ∞, β уменьшается монотонно, без всяких скачков от ∞ до $-\infty$. «Обратная температура» $1/T$ часто оказывается более удобной величиной.

Перевернутое («инверсное») заселение уровней используется в лазерной технике.

Когда уровней только два, температура определяется просто — из логарифма отношения населенностей. Однако если уровней много, то положение усложняется. Далеко не всегда «неправильную» населенность уровней можно описать одним параметром — температурой.

Если можно изменить энергию всех уровней ε_m на $-\varepsilon_m$, то понятие отрицательной температуры имеет четкий смысл. Именно так обстоит дело для энергии спинов в магнитном поле. Мы видели, что если спин атома равен s, то система имеет $2s + 1$ состояний со значениями энергии, составляющими арифметическую прогрессию. Интервалы между уровнями одинаковы, и замена H на $-H$ изменяет только порядок уровней, не изменяя их расстояния, так что вся схема уровней не деформируется. Именно поэтому мы и рассмотрели пример с магнитным моментом.

Если же схема уровней не так проста и интервалы между уровнями разные, то мы не можем простым образом «перевернуть» населенности уровней, и, строго говоря, отрицательная температура для такой системы не имеет смысла. Однако и в этом случае можно говорить о температуре, разной для разных участков спектра уровней, выбирая участки так, чтобы внутри них можно было считать интервалы одинаковыми. В этом случае можно говорить о разных температурах в разных участках спектра. Установление равновесия и здесь состоит в изменении населенности в сторону правильного, равновесного распределения. И опять второе начало термодинамики укажет нам направление тепловых потоков, покажет, какие участки спектра будут терять энергию, а какие приобретать.

Случай неравных интервалов очень распространен в спектрах атомов, где магнитный момент атомов имеет сложную природу, так как создается движением многих электронов и их спинов. Понятие отрицательных температур стало важным понятием в оптике и особенно в физике лазеров.

Для всех рассуждений было очень важно, что система может иметь ограниченный спектр уровней энергии. Только в этом случае у системы кроме самого нижнего уровня есть и самый верхний, и эту систему можно «перевернуть» — заменить T на $-T$ и получить картину, отвечающую формально $T < 0$.

Для поступательного движения, для которого энергия может изменяться от 0 до ∞, отрицательные температуры невозможны — для таких систем нельзя создать распределение, отвечающее отрицательным температурам.

НИЗКИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Интерес к получению низких температур возник не только из практических соображений. Физиков давно интересовал вопрос, можно ли превратить в жидкость газы — такие, как воздух, кислород, водород. Начало этой истории относится к 1877 г.

Почти за сто лет до этой даты, в 1783 г., Лавуазье писал:

«...если бы мы могли погрузить Землю в некую весьма холодную область, например в атмосферу Юпитера или Сатурна, то все наши реки и океаны превратились бы в горы. Воздух (или, по крайней мере, некоторые его компоненты) перестал бы быть невидимым и превратился бы в жидкость. Превращение такого рода открыло бы возможность получения новых жидкостей, о которых мы до сих пор не имеем никакого понятия».

Лавуазье не видел другого пути сжижения воздуха, кроме как перенести его на другую — холодную планету.

Получать тепло было привычно, «делать» холод не позволяла даже фантазия *).

В 1877 г. горный инженер Кайете обнаружил капли жидкого ацетилена в лабораторном сосуде, в котором неожиданно открылась течь. Резкое понижение давления вызвало образование тумана. Почти в те же дни Пикте из Женевы сообщил о последовательном, каскадном сжижении разных газов, завершившемся получением жидкого кислорода при температуре —140 °С и давлении 320 атмосфер. Температура в опытах Кайете оценивалась в —200 °С. Техники занялись постройкой холодильных аппаратов. В 1879 г. из Австралии в Англию отправился первый рефрижератор, груженный мясом. По-видимому, первый из патентов на холодильные устройства, датированный 1887 г., был выдан Сименсу **). Но эти устройства давали мало холода. Жидкий воздух был получен Клодом в 1902 г. Все методы сжижения были основаны на охлаждении газа при расширении с совершением работы (в поршневом или турбинном двигателе)

*) Вспомните «Снежную королеву» Андерсена. Даже она не могла сделать холод, а вынуждена была жить на севере.

**) В 1888 г. в Астрахани была построена большая холодильная машина для замораживания рыбы.

либо при расширении в пустоту, когда работа совершается против сил притяжения молекул внутри самого газа.

В этой истории надо упомянуть Дьюара, который в 1898 г. получил жидкий водород, снизив температуру примерно до 129 К. Наконец, в 1908 г. Камерлинг-Оннес в Голландии получил и жидкий гелий. Температура, которая была им достигнута, только на 1° отличалась от абсолютного нуля.

В 1939 г. П. Л. Капица доказал большую эффективность сжижительных машин, в которых газ совершает работу с помощью турбины. Турбодетандеры получили с тех пор большое распространение. Он же предложил и конструкцию эффективной установки для сжижения гелия.

МАГНИТНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

Схема уровней атомов в кристаллах поможет нам разобраться в интересном методе охлаждения, который можно придумать, только хорошо зная квантовую механику.

При низких температурах прекращается почти всякое движение — поступательное, вращательное. Однако даже при температурах, меньших 1 К, спины атомов продолжают вести себя как атомы идеального газа — они обмениваются энергией (хотя и слабо), и их положение в пространстве (их проекции на направление магнитного поля) может изменяться почти свободно. В таких элементах, как редкие земли, электроны заполняют внутренние оболочки атомов, и их спины почти не чувствуют других электронов. Следовательно, и магнитные моменты ведут себя как свободные.

На этом свойстве электронов основан метод получения сверхнизких температур — магнитное охлаждение.

Если наложить на кристалл, в который входят атомы редких земель, магнитное поле и позаботиться о том, чтобы кристалл не нагрелся (т. е. включать поле изотермически), то, как говорилось, спустя небольшое время все магнитные моменты (если они положительны, т. е. если $g > 0$) установятся по полю, так сказать, стрелкой на юг. Если теперь быстро выключить магнитное поле, то возникнет необычная картина. Поля нет, все спины направлены в одну сторону, а не разбросаны хаотически, как это должно было быть в тепловом равновесии.

Правда, мы предположили, что, кроме движения спинов, в системе ничего не происходит, движением атомов, их колебаниями мы пренебрегли. Теперь надо уточнить картину. Атомы в кристаллической решетке на самом деле колеблются, так как решетка имеет некоторую температуру T. Интенсивность колебаний и определяется этим значением T. Движение атомов передается и спинам, так как при движении зарядов возникает слабое переменное магнитное поле. Поэтому спины находятся не в полной изоляции, а в термостате, имеющем температуру T.

Когда с помощью внешнего магнитного поля все спины оказываются выстроенными в одном направлении, то возникает порядок, который не может сохраняться без поля. Спины должны изменять свое направление (в результате взаимодействия с колеблющимися атомами) и стремиться расположиться хаотически — так, чтобы любая из его проекций встречалась с одинаковой вероятностью. При таком процессе должен возникнуть обмен энергией между спинами и колебаниями атомов.

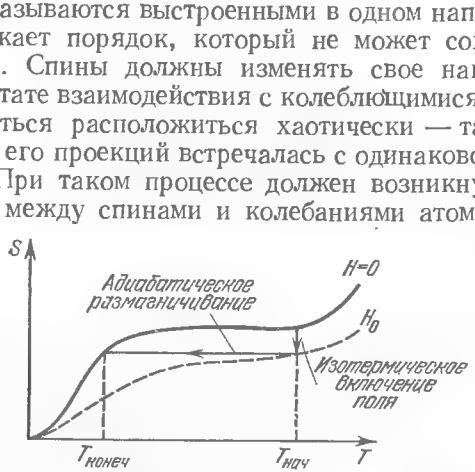


Рис. 28. Адиабатическое размагничивание. Энтропия как функция температуры без поля ($H = 0$) и в поле ($H = H_0$).

Однако на первый взгляд трудно понять, в какую сторону будет передаваться энергия — будут ли колебания атомов усиливаться или же ослабляться.

Чтобы ответить на этот вопрос, надо привлечь на помощь энтропию. Энтропия спинов должна возрастать; это значит, что должен возникнуть поток тепла от решетки (колебаний атомов), которая находится в тепловом равновесии, к спинам, спины возвратятся в хаотическое состояние, а колебания атомов несколько затухнут.

Это означает, что кристалл охладился. Так следует из теории. На рис. 28 схематически изображено, как

изменяются температура и энтропия в такой системе. Верхняя кривая описывает зависимость энтропии кристалла от температуры, когда величина поля равна нулю; нижняя кривая — ту же зависимость при включенном внешнем поле. Когда поле быстро включают, так что его энтропия не изменяется (это и называется адиабатическим размагничиванием), то температура падает, поскольку точки с одинаковым значением S лежат на разных кривых при разных T. Опыты подтвердили предсказания. Можно ли было придумать такой способ охлаждения, если бы не знать тонкости теории?

Метод магнитного охлаждения был предложен в 1926 г. Джиоком в США и независимо (даже несколькими неделями раньше) Дебаем в Германии. Этим методом были достигнуты температуры примерно до 0,003 К. Более низких температур получить таким способом не удается, так как спины перестают двигаться свободно; их упорядоченность (все смотрят в одну сторону), возникающая из-за взаимодействия между ними (как между стрелками компасов, расположенных друг около друга), не разрушается слабым тепловым движением атомов.

Можно спуститься по температурной шкале еще ниже, если использовать очень большие магнитные поля — в десятки тысяч эрстед. В таких полях можноориентировать магнитные моменты ядер и повторять все операции с ядрами.

В 1956 г. Симон достиг таким способом температуры 0,000016 К. К сожалению, этот рекорд не вполне реален. Ядра очень слабо взаимодействуют с электронами (такое взаимодействие в спектроскопии называют сверхтонким), и им почти невозможно получить от решетки энтропию. Ядра на самом деле медленно нагреваются, а температура решетки не падает — решетка успевает восполнить потерянное тепло из окружающей среды (несмотря на всяческие ухищрения экспериментаторов). Путь в область милликельвинов (тысячных градуса) казался закрытым. Как охладить до 0,001 К и ниже не иллюзорную систему спинов, а кусок вещества?

Оказалось, возможно и это!

Растворение соли понижает температуру раствора. Этот простой и хорошо известный эффект помог физикам. Оказалось, что если растворять газ гелий с атомным весом 3 (гелий-3) в обычном жидком гелии, то температура раствора понижается. Так получают температуру до 0,001 К.

Но есть более хитрый способ; его придумал И. Померанчук. Способ этот тоже связан с гелием-3.

Чтобы понять, в чем состоит этот метод, надо нарисовать кривые энтропии двух фаз гелия-3 — твердого и жидкого — вблизи абсолютного нуля (рис. 29). Согласно квантовой механике, при абсолютном нуле все системы находятся в своем наинизшем состоянии и энтропия такого состояния равна нулю *) — энергия же минимальная. При этом, что очень важно, энтропия обеих фаз — жидкости и твердого тела — при $T = 0$ одинакова, переход из одной фазы в другую происходит без изменения энтропии, без изменения энергии. Это свойство было постулировано Нернстом и является одной из формулировок третьего начала термодинамики.

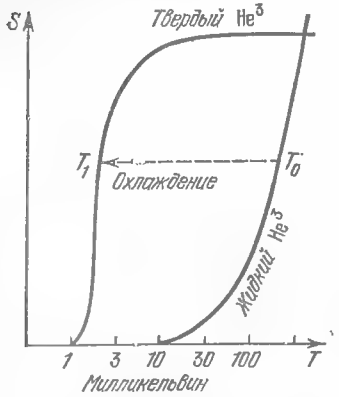


Рис. 29. Энтропия He^3 в жидкой и твердой фазах.

Для метода Померанчука важно, что кривые расположены так, что энтропия твердой фазы больше энтропии жидкой фазы. Если бы кривые расположились иначе, метода не существовало бы.

Суть метода можно понять из рисунка. Если вести процесс охлаждения, адиабатически сжимая жидкость и переводя ее в твердую фазу, то, как это видно из рисунка, температура гелия-3 будет понижаться. Так получена сейчас температура около 1 мК. При 2 мК жидкий гелий-3 становится, подобно гелию-4, сверхтекучим, и в этой области сейчас открылся необычайно сложный и интересный мир физических явлений. Их описание, к сожалению, уже выходит за рамки нашей темы.

Внешне метод Померанчука похож на магнитное охлаждение. В действительности эта аналогия даже более

*) Точнее, она обращается в постоянную, одинаковую для обеих фаз. Сравнение абсолютных значений энтропии разных веществ, не превращающихся одно в другое, не имеет смысла.

глубокая. Весь эффект связан с тем, что ядра гелия-3 имеют спин (ядра обычного гелия-4 спина не имеют). В жидком гелии-3 спины при очень низких температурах упорядочиваются, выстраиваются параллельно друг другу. В твердом гелии-3 эти же спины «раскиданы» в беспорядке вплоть до температуры около 0,003 К. Переход из жидкого состояния в твердое похож поэтому на адиабатическое выключение магнитного поля (спины разбрасываются), а обратный переход — это намагничивание. Энтропия твердой фазы (при той же температуре) больше энтропии жидкости из-за спинов. На самом деле картина расположения спинов в твердом гелии-3 более сложная, но для объяснения эффекта достаточно описанной грубой схемы.

Физика низких температур вступила сейчас в новую эпоху. Область милликельвинов сулит еще много сюрпризов.

ЗАДАЧА ДЛЯ РАЗВЛЕЧЕНИЯ

Мы уже много рассказали о температуре и тепловых процессах. Может быть, читатель понял, как нелегко было обнаружить в процессах передачи тепла энтропию и как ее появление в физике преобразило всю науку. Наверно, будет полезным посмотреть на простом примере, как работают в паре температура и энтропия.

Проиллюстрируем понятие энергии в гидродинамике.

Представим два бассейна, уровни воды в которых будут разными. Вода может перетекать из одного бассейна в другой. Поставим между бассейнами турбинку, которая, как аккумулятор, будет «собирать» энергию, поднимая, скажем, груз на некоторую высоту. Запасемся еще и насосом, который, если понадобится, будет перекачивать воду обратно. У нас получилась примитивная модель гидростанции. Если потерь на трение нет (так, конечно, не бывает), то легко понять, что вода будет перетекать из одного бассейна в другой до тех пор, пока уровни не выравняются. Потенциальная энергия воды перейдет в потенциальную энергию груза. Если груз опускать, то с помощью насоса можно перекачать всю спущенную воду обратно. Конечно, на самом деле всю воду перекачать не удастся, какие-то потери будут, но ими мы пренебрежем и будем считать нашу установку обратимой.

Если бы турбинки не было, то уровни все равно бы выравнялись, только вся энергия бесполезно превратилась бы в тепло и перекачать воду обратно было бы нечем. Накопив энергию, можно ее использовать для разных целей. Можно, в частности, перекачать воду из третьего бассейна, расположенного еще ниже, в верхний. Короче говоря, можно сделать все, что позволяет закон сохранения энергии.

Построим теперь тепловую машину, по возможности близкую к той, которая была только что описана.

Возьмем три куба, сделанных из одного материала и одинаковых размеров. Пусть кубы нагреты до разной температуры — два до 300 К, а один до 100 К. В дополнение к трем кубам есть еще тепловая машина, которая может работать на любом перепаде температур. До какой максимальной температуры можно нагреть один из кубов? *)

Возьмем сначала два куба с температурой 100 и 300 К и плотно прижмем их друг к другу. Температура кубов выравняется. Если для простоты считать, что теплоемкость материала кубов равна единице и не зависит от температуры, то конечная температура окажется равной 200 К, но часть энергии пропадет без всякой пользы. Если подключить тепловую машину, то, по крайней мере, эту часть энергии можно превратить в работу.

Чтобы узнать, какую работу можно получить, надо использовать второе начало. Максимальную работу мы получим, если процесс будет обратимым, т. е. если энтропия всей системы не увеличивается и тем самым выполняется условие

$$\frac{|Q_1|}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}.$$

Напомним, что Q_1 есть тепло, отнятое от горячего тела при температуре T_1, а Q_2 — тепло, отданное холодному телу при температуре T_2. Когда от горячего тела отнималось тепло Q_1, то температура этого тела должна была понизиться на

$$\Delta T_1 = -\frac{Q_1}{c} = -Q_1,$$

так как теплоемкость $c = 1$. Точно так же температура холодного тела повысится, когда к нему подводится

*) Эта задача предлагалась на экзамене в Кембридже. Она напечатана в книге «Образованный ученый», вышедшей в 1979 г. в издательстве «Наука» (стр. 101, задача 169).

тепло Q_2, на величину

$$\Delta T_2 = Q_2.$$

Теперь надо использовать условие обратимости процесса, которое написано выше. Подставим в него выражение для Q_1 и Q_2 и перепишем полученное условие так:

$$T_1 \Delta T_2 + T_2 \Delta T_1 = 0.$$

Это условие можно записать и иначе:

$$(T_1 + \Delta T_1)(T_2 + \Delta T_2) = T_1 T_2,$$

если пренебречь малой величиной $\Delta T_1 \cdot \Delta T_2$. Такое равенство означает, что после того, как температуры T_1 и T_2 в результате обратимого процесса изменились на ΔT_1 и ΔT_2 (ясно, что ΔT_1 и ΔT_2 разных знаков: если T_1 возрастает, то T_2 убывает), площадь прямоугольника с длинами сторон T_1 и T_2 осталась постоянной:

$$T_1 T_2 = \text{const}.$$

Такому соотношению должны удовлетворять температуры двух кубов в начале и в конце процесса, если процесс обратим.

Теперь у нас есть все, что надо для расчетов. Начнем с того, что построим тепловую машину из двух кубов с $T = 300$ К и 100 К. Когда в обратимом процессе их температуры выравняются, то конечная температура T определится из соотношения

$$T_1 T_2 = T^2.$$

Значит, $T = (300 \cdot 100)^{1/2} \approx 173$ К.

Простое продолжение состояло бы в том, чтобы работу, которая была получена на первом этапе, превратить в тепло и отдать это тепло третьему кубу. Температура его при этом поднялась бы до 354 К.

Это следует из закона сохранения энергии — первого начала термодинамики. Энергия наших кубов равна численно их температуре, так что работа, запасенная на первом этапе, равна

$$A = 300 + 100 - 2 \cdot 173 = 54.$$

Такое решение, однако, неправильно! Правильный ответ состоит в том, что запасенную работу надо использовать для работы холодильника, охлаждая систему двух кубов с $T = 173$ К и нагревая куб с $T = 300$ К.

Этот новый этап описывается не условием $T_1T_2 = \text{const}$, а другим условием:

$$T_3T^2 = \text{const}.$$

Появление квадрата T связано с тем, что охлаждение системы кубов описывается условием $Q = -2\Delta T$, т. е.

$$\Delta S = -\frac{2\Delta T}{T},$$

и уравнением Карно, которое превращается в

$$2T\Delta T_3 + T_3\Delta T = 0.$$

Рассуждая почти так же, как раньше, получим уже написанное условие $T_3T^2 = \text{const}$. Обозначая конечные температуры через x и y, получаем

$$T^2T_3 = x^2y.$$

Одного уравнения для двух температур мало. Второе уравнение дает первое начало:

$$A + 2T + T_3 = 2x + y.$$

Подставляя значения A, T и T_3, получаем систему

$$x^2y = (300)^2 \cdot 100,$$
$$x + 2y = 700.$$

Решение можно найти несколькими пробами. В итоге получим

$$x = 150, \quad y = 400.$$

Итак, температуру горячего куба можно довести до 400 К, охладив при этом два других до 150 К.

ДРУГОЕ РЕШЕНИЕ

Все рассуждения можно сделать короче и, главное, почти автоматически, если воспользоваться энтропией. Энтропия для куба, если его теплоемкость постоянна, равна

$$S = k \ln T + C,$$

где постоянная C не зависит от температуры *).

Условие обратимости означает, что энтропия системы, состоящей из трех кубов, не изменяется. Максимальное

*) Это выражение мы получали для идеального газа. При выводе использовалось только одно свойство газа — независимость теплоемкости от температуры. Поэтому оно верно и в нашем случае.

нагревание одного куба достигается, очевидно, тогда, когда температуры двух других сравниваются (иначе с их помощью можно было бы получить еще работу). Вспоминая, что энтропии кубов складываются, получим

$$\ln x + \ln x + \ln y = \ln 300 + \ln 300 + \ln 100,$$

или

$$x^2 y = (300)^2 \cdot 100,$$

т. е. первое уравнение, которое было получено более длинным путем. Второе уравнение, естественно, остается прежним.

Если еще раз попытаться сравнить задачу о трех кубах с задачей о трех бассейнах, то мы увидим, что роль потенциальной энергии играет логарифм температуры — энтропия и вместо одного закона сохранения энергии появляются два начала термодинамики: первое определило сумму температур, второе — сумму их логарифмов *). Главное в задаче о трех кубах — это то, что никакими способами нельзя понизить температуру холодного куба — это запрещает второе начало. В задаче о бассейнах работу, полученную от одной турбины, можно использовать для понижения уровня воды в третьем, самом низком бассейне.

Сравнить обе задачи очень полезно.

В дополнение ко всему можно еще вспомнить о том, что говорилось о низких температурах. Формула $S = k \ln T$ не может быть верной, если температура низкая. Вблизи $T = 0$ энтропия не может стремиться к $-\infty$, а должна стремиться к нулю, так как любая система при $T = 0$ находится в упорядоченном состоянии и ее энтропия должна исчезать. Поэтому надо быть внимательным к тому, о каких температурах идет речь. Для температур, которые выбраны были в задаче, все обстоит благополучно.

ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

В те годы, когда еще была популярна теория теплорода, большие споры вызывал вопрос о том, куда девается теплород, когда тепло тратится на излучение.

---

*) Условию одинаковой массы кубов в задаче о бассейнах будет отвечать одинаковая площадь бассейнов.

В цикле Карно тепло отбиралось от нагревателя расширяющимся газом. Тепло в газе тратилось на увеличение кинетической энергии его молекул, так что физический процесс передачи тепла — как и кому оно передается — был понятен и прост (конечно, после того, как кинетическая теория газов утвердилась в физике). Но тепло передается от одного тела к другому не только при контакте. Солнце передает тепло на Землю через космический вакуум. Еще Архимед знал, что можно фокусировать тепловые лучи с помощью огромных зеркал. Опытами по фокусированию тепловых лучей занимались многие физики XVIII века *). В конце концов они решили, что свет и тепло — явления одного типа и потому тепло, как и свет, есть колебания эфира. Заблуждение исчезло не скоро.

Природа разыгрывала с физиками порой комические истории. Когда все уверились в том, что для распространения света требуется эфир, он оказался лишним. Когда же физики были уверены, что тепло — это теплород, который существует сам по себе и которому носитель не нужен, оказалось, что теплорода никакого нет, а тепло переносится электромагнитными волнами.

Но если свет переносит тепло, то он в принципе может быть рабочим телом в тепловой машине. Свет должен тогда иметь и энергию (что понять просто), и энтропию, и температуру. Более того, для света должно иметь смысл и тепловое равновесие.

Если бы был прав Ньютон и свет состоял бы из отдельных частиц, то описание его, как идеального газа, имело бы шансы на успех. Но хотя свет состоит из фотонов, нельзя сказать, сколько фотонов находится в заданном объеме, — фотоны поглощаются и излучаются стенками, и их число определить невозможно. Как мы увидим, даже их среднее число зависит от температуры.

Нагретое тело испускает свет: при низких температурах — это инфракрасное излучение **), при высоких —

*) В 1778 г. в книге Шееля «О свете и огне» впервые появился термин «лучистая теплота». Шеель заметил, что кроме тепла, которое поднимается над огнем вместе с воздухом, есть тепло, которое мы ощущаем, стоя лицом к огню. Но тепло задерживалось стеклом, а свет нет, и это долго ставило в тупик ученых: «Свет и тепло — все-таки вещи разные», — заключали они.

**) Можно напомнить, что излучение нагретого тела содержит, вообще говоря, все частоты, но основная часть энергии сосредоточена

видимое, в космосе галактики излучают в рентгеновской области и даже в области γ-лучей. Излучение любого источника описывается свойствами спектра, т. е. заданием энергии, приходящейся на разные его участки. Функция распределения для излучения имеет смысл, похожий на смысл функции распределения атомов по скоростям. Если начать с гистограммы, т. е. с диаграммы, показывающей, сколько энергии заключено в участке спектра шириной $\Delta\nu$ около ν, то потом эту гистограмму можно заменить непрерывной функцией и говорить о плотности энергии излучения.

Представление о температуре излучения и о функции распределения для спектра излучения нагретого тела было первым успехом новой физики. Много труда было потрачено на то, чтобы идею о тепловом равновесии использовать для описания излучения. Дело началось с того, что ввели в рассмотрение замкнутый объем, в котором находятся электромагнитные волны. Волны могут излучаться и поглощаться стенками сосуда, которые имеют определенную температуру T, каким-то образом все время поддерживаемую.

Сейчас подобный сосуд называют резонатором; в резонаторе обычно создается электромагнитное поле с очень узким спектром, почти монохроматическим, но можно «расстроить» резонатор так, чтобы в него попали волны с самыми разными частотами.

Лучистая теплота, по терминологии прошлого века, все время будет уходить из стенок внутрь резонатора, но так как стенки не могут без конца отдавать свою энергию, то должно в конце концов установиться термодинамическое равновесие, определяемое одной-единственной величиной T. В состоянии равновесия энергия, которая излучается стенками, должна в точности компенсироваться энергией, которая стенками поглощается. Компенсация должна выполняться для каждого интервала частоты излучения. Естественно считать, что в равновесии излучение имеет ту же температуру T, что и стенки.

Из самых общих соображений можно утверждать, что электромагнитное поле внутри резонатора является

в сравнительно узком участке спектра. Где лежит этот участок спектра (где у спектра максимум) и какова его форма — задача, которой занимались физики в конце XIX века.

такой же системой, как и идеальный газ, в том смысле, что поле обменивается энергией со стенками (излучение поглощается и испускается) и что этот процесс приводит к тепловому, термодинамическому равновесию.

Когда такая задача была сформулирована, то решение поначалу оказалось слишком трудным. Именно здесь и разыгралась катастрофа, оставшаяся в истории под названием ультрафиолетовой.

УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ КАТАСТРОФА

Первая попытка состояла в том, чтобы уподобить атомы в стенках сосуда газу или, вернее, набору колеблющихся зарядов — осцилляторов, каждый из которых, как это положено по теореме Максвелла, имеет в среднем энергию kT (половина этой величины приходится на кинетическую энергию, половина — на потенциальную). После этого можно было, пользуясь методами термодинамики, рассчитать и плотность энергии излучения. Число осцилляторов Рэлей (который впервые вывел формулу) считал пропорциональным $\nu^2\Delta\nu$ для каждого интервала частот. Формула Рэлея получается из подсчета числа возможных различных колебаний атомов. Но при этом возникают трудности с теоремой о равнораспределении. Приписывая каждому осциллятору энергию, равную kT, Рэлей получил для плотности энергии, находящейся в равновесии со стенками, формулу, носящую название формулы Рэлея — Джинса:

$$f(\nu)\,\Delta\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}\,\Delta\nu.$$

При низких частотах эта формула согласуется с опытом, но с ростом частоты число осцилляторов растет беспредельно, и если мы каждому осциллятору будем приписывать энергию kT, то энергия излучения окажется бесконечной. Электромагнитное поле, если его рассматривать с позиций кинетической теории газов, оказывается ненасытным: сколько бы энергии ни отдавала стенка, эта энергия перерабатывалась бы в колебания все больших и больших частот. Термодинамическое равновесие между стенкой и электромагнитным полем в рамках классической физики оказывалось невозможным.

Попытку исправить дело сделал Вин. Он заинтересовался формулой распределения энергии для ультрафиолетового участка спектра и обнаружил, что количество энергии в нем хорошо описывается формулой (опять в интервале частот от ν до $\nu + \Delta\nu$)

$$av^3e^{-\frac{b\nu}{T}}\Delta\nu,$$

где a и b — некоторые постоянные. Смысл этой формулы был неясным. Никакого отношения к кинетической теории она не имела и для малых частот была непригодна. Сложилось странное положение. Одна формула была хороша с теоретической точки зрения, но приводила к абсурду; вторая справлялась с катастрофой при высоких частотах, но была, очевидно, неверна при низких. В рассуждениях был где-то порок. Порок лежал в основах теории, и логика не могла помочь его найти. Нужно было разорвать логику. Это и сделал Планк.

НОВАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПОСТОЯННАЯ

Ключ к загадке был скрыт в формуле Вина. В ней сразу бросается в глаза появление новой постоянной b в показателе экспоненты. В те времена температуру никто не умножал на постоянную Больцмана (она, как мы говорили, была введена лишь Планком). Но если показатель экспоненты написать в виде $\frac{b\nu}{T} = \frac{bk\nu}{kT}$, то вместо коэффициента b в формулу для распределения войдет новый коэффициент bk. Размерность коэффициента bk — энергия $\times$ время. Глядя на формулу Вина, можно было, в конце концов, понять, что не существует способа вывести ее из каких-либо соображений, если они основаны на уравнениях классической физики. Надо было махнуть рукой на классическую физику, отбросить логику и, не задумываясь на первых порах о смысле, придумать новую гипотезу. Такой гипотезой оказалась гипотеза кванта.

Планк хорошо отдавал себе отчет в том, насколько необычна его гипотеза. Но она спасала физику, и это было достаточным основанием для того, чтобы он не испугался ее защитить. Гипотеза состояла в предположении, что атомы стенок сосуда, в котором находится излуче-

ние (те, которые мы назвали осцилляторами), могут испускать или поглощать электромагнитные волны только порциями — квантами с энергией $h\nu$. Этого предположения оказалось достаточно, чтобы ликвидировать ультрафиолетовую катастрофу.

Много позднее Планк писал из Берлина Вуду: «Дорогой коллега! Во время моего ужина в Гринти Холл Вы высказали пожелание, чтобы я написал Вам более подробно о том психологическом состоянии, которое привело меня когда-то к постулированию гипотезы квантовой энергии. Сейчас я выполняю Ваше пожелание. Кратко я могу описать свои действия как акт отчаяния, ибо по своей природе я миролюбив и не люблю сомнительных приключений. Но я целых шесть лет, начиная с 1894 г., безуспешно воевал с проблемами равновесия между излучением и веществом; я знал, что эта проблема имеет фундаментальное значение для физики; я знал формулу, которая дает распределение энергии в нормальном спектре; поэтому необходимо было найти теоретическое объяснение, чего бы это ни стоило. Классическая физика была здесь бесполезна — это я понимал... (кроме двух начал термодинамики).

Я был готов принести в жертву мои установившиеся физические представления. Больцман объяснил, каким образом термодинамическое равновесие возникает через равновесие статистическое; если развить эти соображения равновесия между веществом и излучением, то обнаружится, что можно избежать ухода энергии в излучение при помощи предположения, что энергия с самого начала должна оставаться в форме некоторых квантов. Это было чисто формальное предположение, и я в действительности не очень размышлял о нем, считая только, что, несмотря ни на какие обстоятельства, сколько бы ни пришлось за это заплатить, я должен прийти к нужному результату».

То, что сказал Планк, требует некоторого объяснения. Для этого надо представить себе сосуд — ящик, в котором есть электромагнитное поле. Пусть в его стенках находятся электроны, которые не могут двигаться свободно, а колеблются, как бы связанные упругой пружиной. Не надо думать, что такая картина слишком груба, — законы теплового равновесия не зависят от конкретного устройства системы, и модель с электронами должна привести к тому же результату, что

и любая другая модель. Необходимо, однако, соблюсти два условия: во-первых, частоты колебаний электронов должны быть самыми разными, чтобы они могли излучать и поглощать электромагнитное излучение любой частоты; во-вторых, электроны должны находиться в тепловом равновесии со стенкой, чтобы их движение можно было описывать определенной температурой.

К сожалению, вывести формулу Планка довольно трудно. Для этого надо уметь вычислять распределение осцилляторов по энергии. Мы приведем сразу конечный результат. Формула, выведенная Планком, имеет вид

$$f(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Главную особенность формулы Планка можно увидеть при больших частотах. Предположив, что энергия может излучаться и поглощаться только в виде конечных порций — квантов, связанных с частотой формулой

$$\varepsilon = h\nu,$$

Планк обнаружил, что при этом ультрафиолетовая катастрофа исчезает и для распределения получается разумная формула. При каждой температуре спектр можно разбить на две части: в одной — частоты, бóльшие kT, в другой — частоты, меньшие kT. Величина kT грубо характеризует то место в спектре, в котором сосредоточена бóльшая часть энергии. Когда $h\nu$ много больше, чем kT, то экспонента в знаменателе становится большой и единицей можно пренебречь. Тогда

$$f(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

Мы видим, что формула Планка воспроизводит поведение функции распределения Вина. Спектр излучения убывает очень быстро с ростом энергии, а потому при больших частотах никакой «катастрофы» не происходит.

Дело выглядит так, что колебания электромагнитного поля, отвечающие большим частотам, практически не получают энергии. Это есть следствие гипотезы Планка о квантах. По представлениям классической теории, каждое колебание должно иметь среднюю энергию kT.

Если $kT \geqslant h\nu$, то такой энергии отвечают несколько квантов. Если же $kT \ll h\nu$, то даже одного кванта становится слишком много. Излучить же полкванта или четверть кванта атомы-осцилляторы не могут: таких порций нет в природе. А так как «большие» кванты — кванты с большой частотой — не излучаются, то их нет и в электромагнитном поле. Эти степени свободы «вымерзли». «Вымерзают» же частоты, кванты которых слишком велики по сравнению с kT. С уменьшением температуры «вымерзает» все больше и больше колебаний. При абсолютном нуле исчезают все степени свободы — энергия и энтропия излучения устремляются к нулю.

Явление «вымерзания» степени свободы обнаружил еще Нернст задолго до появления квантовых представлений, размышляя о том, как должна вести себя энтропия вблизи абсолютного нуля.

Если посмотреть на формулу Планка при низких частотах ($h\nu \ll kT$), то в этой области можно заменить экспоненту по формуле $e^{\alpha} \approx 1 + \alpha$ при $\alpha \ll 1$ и получить формулу Рэлея — Джинса:

$$f(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT.$$

Это замечательная формула. Из нее исчезла постоянная Планка h. При низких частотах, когда квант «маленький», формула дает классическое число степеней свободы электромагнитного поля — их $\frac{8\pi\nu^2}{c^2}$ на интервал частоты $\Delta\nu$. На каждую степень свободы приходится энергия kT.

В истории с квантом Планк проявил удивительную интуицию. Ведь на самом деле не существует никакой логической цепочки, которая могла бы привести его к открытию.

Планк сам не думал о настоящих квантах — квантах электромагнитного поля. Для него кванты были порциями энергии, которые терял осциллятор. Только через пять лет Эйнштейн заметил, что если квант имеет энергию, то из теории относительности следует, что он должен иметь и импульс. Тогда квант имеет право на самостоятельное существование, как частица с энергией ϵ и массой покоя, равной нулю.

Точные расчеты по формуле Планка дают для плотности энергии излучения в единице объема (закон

Стефана — Больцмана)

$$E_0 = aT^4,$$

где

$$a = \frac{\pi^2 k^4}{15\hbar^3 c^3} = 1{,}917 \cdot 10^{-15} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{град}^4}.$$

В эту формулу входят сразу три фундаментальные постоянные: k, $\hbar$ и c. Постоянная Больцмана — из кинетической теории, постоянная Планка — из квантовой механики, скорость света — из теории электромагнитного поля Максвелла.

Закон Стефана — Больцмана обычно пишут не для плотности энергии в единице объема, а для количества энергии, которое за секунду испускает с единицы поверхности в пустоту тело, нагретое до температуры T:

$$\text{поток энергии} = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{г}}{\text{см}^3 \cdot \text{град}^4}$. Постоянные σ и a связаны соотношением $\sigma = {}^1\!/_4\, ac$.

Если разделить плотность энергии E_0 на энергию одного колебания, т. е. на kT, то получим величину, которую можно интерпретировать как число квантов в единице объема. Оно оказывается равным примерно $14T^3$. Это значит, что число квантов не остается постоянным, а растет с температурой. Этим газ из фотонов отличается от идеального газа, газа из постоянного числа атомов.

Открытие Планка обрело физическое содержание, когда Эйнштейн понял, что электромагнитное поле состоит из квантов — фотонов и что осцилляторы излучают и поглощают фотоны — частицы, движущиеся со скоростью света и не имеющие массы покоя.

Появление фотонов в физике было настолько неожиданным и их существование было настолько трудно признать, что только в 1924 г. фотоны стали рассматривать как газ и применять к нему законы статистической физики.

ФОТОННЫЙ ГАЗ

В 1924 г. молодой индийский физик Бозе обнаружил, что распределение Планка можно получить почти таким же образом, как и распределение Максвелла, если считать электромагнитное поле системой из мно-

жества фотонов, т. е. считать его идеальным фотонным газом. При этом, конечно, не надо забывать, что фотоны — это не обычные атомы, они не имеют массы покоя. Бозе про это не забыл и обнаружил, что формула распределения Планка есть не что иное, как равновесное распределение такого фотонного газа, названного впоследствии бозе-газом.

Вывод Бозе очень понравился Эйнштейну; он перевел статью на немецкий язык (с английского) и направил ее в физический журнал. После этого электромагнитное поле (поле фотонов) стало примером нового идеального газа, у которого уравнение состояния, конечно, не имеет ничего общего с уравнением Клапейрона — Менделеева.

Вывод уравнения состояния фотонного газа более сложный, чем вывод уравнения обычного идеального газа. Но в этом выводе стоит разобраться.

Пока у нас есть формула для плотности энергии излучения E_0. Если плотность энергии умножить на объем, то получим внутреннюю энергию излучения:

$$U = aT^4V.$$

Для того чтобы увеличить энергию на ΔU, надо повысить температуру на некоторую величину ΔT:

$$U + \Delta U = a(T + \Delta T)^4 V.$$

Но

$$(T+\Delta T)^4 = T^4\left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^4 \approx T^4\left(1 + \frac{4\Delta T}{T}\right),$$

отсюда

$$U + \Delta U = U + 4aT^3V\,\Delta T.$$

Это значит, что увеличение энергии ΔU связано с увеличением температуры ΔT соотношением

$$\Delta U = 4aT^3V\,\Delta T.$$

Но увеличение энергии при $\Delta T = 1$ есть теплоемкость системы при постоянном объеме:

$$\Delta U = c_V \Delta T,$$

т. е.

$$c_V = 4aT^3V.$$

Теперь мы можем сосчитать, насколько изменилась энтропия. Мы знаем, что

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{c_V \Delta T}{T},$$

так как тепло, подводимое к фотонному газу, идет на увеличение его внутренней энергии. Итак,

$$\Delta S = 4aT^2V\,\Delta T.$$

Теперь надо догадаться, как же выглядит формула, которая связывает энтропию и температуру, чтобы изменение энтропии выражалось написанной выше формулой.

Предположим, что формула для энтропии имеет вид

$$S = AT^B,$$

где коэффициенты A и B надо определить. Увеличим S на ΔS, а T на ΔT:

$$S + \Delta S = A\,(T + \Delta T)^B \approx AT^B + ABT^{B-1}\,\Delta T,$$

т. е.

$$\Delta S = ABT^{B-1}\,\Delta T.$$

Сравнивая с формулой для ΔS, полученной выше, сразу найдем

$$B = 3, \quad A = \frac{4}{3}aV.$$

Таким образом, мы нашли выражение для энтропии излучения:

$$S = \frac{4}{3}aT^3V.$$

Заметим, что, в согласии с Нернстом, энтропия обращается в нуль при $T = 0$.

Можно показать, что излучение ведет себя как газ, что его можно сжимать, затрачивая работу, и что при расширении оно само совершает работу. Пусть, например, объем, в котором находится излучение, увеличился от значения V_1 до значения V_2. Если температура при этом поддерживается постоянной и процесс обратимый, то при увеличении объема энтропия возрастет:

$$S_2 - S_1 = \frac{4}{3}aT^3\,(V_2 - V_1).$$

Так как с увеличением энтропии связан подвод тепла: $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$, то

$$\Delta Q = \frac{4}{3} aT^4 (V_3 - V_1).$$

Энергия излучения возрастает при расширении на величину

$$U_2 - U_1 = aT^4 (V_2 - V_1).$$

Мы видим, что энергия возросла меньше, чем поступило тепла. Так и должно быть, так как часть тепла пошла на совершение работы. Из последних двух формул находим, что эта работа

$$A = \frac{1}{3} aT^4 (V_2 - V_1).$$

Но она, как известно, равна произведению давления газа на увеличение объема, т. е.

$$A = p (V_2 - V_1).$$

Отсюда получается, что давление излучения равно

$$p = \frac{1}{3} aT^4.$$

Это и есть уравнение состояния фотонного газа. Сразу видно, что оно резко отличается от уравнения состояния идеального газа. Наиболее удивительно, что давление не зависит от объема, т. е. фотонный газ можно сжимать изотермически и его давление не будет при этом возрастать. Такое поведение может показаться противоречащим здравому смыслу. В этом, однако, нет ничего странного, если вспомнить, что число фотонов не сохраняется. При сжатии газа часть фотонов исчезает, поглощается стенками сосуда; при расширении газа рождаются новые фотоны.

Если энтропию газа поддерживать постоянной, т. е. если совершать с газом адиабатический процесс, то объем и температура будут связаны уравнением адиабаты:

$$T^3 V = \text{const}.$$

Зная уравнение изотермы и адиабаты, можно проверить теорему Карно, выбрав в качестве рабочего газа фотонный газ.

Фотонный газ имеет еще одну особенность: он почти всегда идеальный. Фотоны практически не взаимодействуют друг с другом (не сталкиваются), и поэтому их тепловое равновесие устанавливается только благодаря процессам поглощения и излучения стенками сосуда.

Если бы можно было создать условия для существования равновесного фотонного газа и уметь измерять его давление, то мы имели бы идеальный термометр, который безо всяких поправок измерял бы абсолютную температуру. Это был бы самый точный термометр на свете. К сожалению, повторить опыт Лебедева (измерить давление света) очень трудно, а создать условия теплового равновесия еще труднее. Поэтому фотонный термометр в таком чистом виде создать пока нельзя, хотя принцип фотонного термометра и используется уже давно для оценки температуры звезд. Если бы спектр излучения звезды описывался формулой Стефана — Больцмана, то звезда служила бы термометром, измеряющим свою собственную температуру. Но для этого она должна была бы быть черным телом.

ЧЕРНОЕ ТЕЛО

Не всякое нагретое тело излучает спектр, описываемый формулой Планка. Спектры могут быть разные. Иногда они состоят из отдельных линий, иногда из полос. Чтобы спектр тела был планковским, надо, чтобы излучение было в тепловом равновесии с излучающим телом, чтобы оно «позабыло» все о процессе своего возникновения.

В прошлом веке придумывали разные модели для такого процесса. Одна из них, самая популярная, представлялась в виде закрытого сосуда, полости с маленьким отверстием. Такую полость называли «черным телом». Излучение, много раз отражаясь от стенок подобно газу, постепенно приходит в тепловое равновесие.

В действительности очень трудно сформулировать условия, которым должно удовлетворять черное тело. Чтобы узнать, является ли излучение равновесным, тепловым, надо измерить его спектр: если он окажется планковским, то все условия выполнены.

Можно поэтому представить себе изумление физиков, когда оказалось, что вся Вселенная заполнена

фотонным газом с планковским спектром. Фотоны несли с собой информацию об очень давней истории Вселенной и дали наиболее яркое доказательство ее расширения. Это выглядело чудом, и это чудо надо было расшифровать.

РЕЛИКТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Именно такая задача возникла, когда в 1965 г. было обнаружено, что из космоса со всех направлений к нам идут слабые радиосигналы. Эти сигналы наблюдались при длине волны 7,35 см. Если считать, что наблюдался максимум в распределении Планка, то картина выглядела так, как будто из космоса поступало излучение черного тела с температурой около 3 К. Была высказана гипотеза, что это излучение обусловлено остатками бурных процессов, которые происходили во Вселенной, когда она была очень горячей. Более того, оказалось, что существование такого излучения было давно предсказано Гамовым, только об этом предсказании все успели забыть.

Если двигаться назад во времени, то плотность вещества во Вселенной возрастает; вместе с плотностью растет и энергия. В такой горячей Вселенной фотоны рождаются и исчезают, превращаясь в пары электрон — позитрон. Между всеми частицами существует тепловое равновесие.

Но Вселенная расширяется и энергии частиц падают. Этот эффект можно наблюдать и сейчас. Далекие объекты — квазары, галактики и их скопления — посылают к нам излучение, длины волн которого сдвинуты в длинноволновую область по сравнению с теми же линиями в спектре тех же элементов на Земле (так называемое «красное смещение».) Отсюда можно заключить, что далекие объекты удаляются от нас, и это смещение спектральных линий есть результат эффекта Доплера. Скорость удаления пропорциональна расстоянию до светящегося объекта: $v = HR$, где H — постоянная, называемая постоянной Хаббла, по имени астронома, который обнаружил эту зависимость в 1929 г. *).

*) Красное смещение открыто Слайфером в 1922 г. Хаббл же нашел из наблюдений связь между скоростью «разбегания» и расстоянием.

Постоянная Хаббла равна примерно $1/18 \cdot 10^9$ лет. При расширении Вселенной средняя энергия частиц уменьшается, поэтому падает и температура всей нагретой смеси. Согласно закону Хаббла, длина волны излучения растет линейно с расстоянием, так что чем старше становится Вселенная, тем больше становится длина волны. С ростом длины волны энергия фотонов падает, вместе с ней падает и температура.

Пока обмен энергией между квантами и остальным миром продолжает быть энергичным, температура всех частей системы остается, грубо говоря, одной и той же. Но по мере остывания Вселенной и охлаждения вещества наступает такой момент, когда фотонам становится трудно «сбрасывать» свою энергию, так как образование пар прекратилось, а других эффективных процессов, которые изменили бы энергию фотонов, не существует. Во Вселенной нет ни стенок, ни достаточного количества осцилляторов, которые помогли бы фотонам устанавливать свою температуру в соответствии с окружающей средой. Фотоны оказываются в изолированном положении, похожем на положение ядер в решетке. Превращение фотонов в изолированный фотонный газ происходит при температуре около $5 \cdot 10^9$ К (0,5 МэВ). При дальнейшем охлаждении фотоны практически не теряют своей энергии на взаимодействия, но длина их волны продолжает увеличиваться с продолжающимся расширением Вселенной. Длина волны растет так же, как и расстояния между галактиками.

Так как скорость света остается постоянной, то частота излучения уменьшается со временем. Это значит, что и энергия фотонов $h\nu$ со временем падает.

Посмотрим еще раз на формулу Планка: в нее $h\nu$ входит в комбинации $\frac{h\nu}{kT}$. Поэтому уменьшение ν означает то же самое, что и уменьшение температуры. Действительно, если ν и T уменьшить в одинаковое число раз, то аргумент в формуле Планка не изменится, не изменится и распределение Планка, только теперь оно будет относиться к другой, более низкой, температуре. Фотонный газ охлаждается, его температура падает обратно пропорционально радиусу Вселенной (или расстоянию между галактиками):

$$T \sim \frac{1}{R}.$$

Объем Вселенной V растет как R^3 или как T^3 и мы приходим к удивительной формуле:

$$VT^3 = \text{const}.$$

Такая формула уже встречалась. Она описывает адиабатическое расширение фотонного газа. Фотонный газ, наполняющий Вселенную, расширяется, как в огромном сосуде с поршнем!

Вначале опыты не давали достаточно материала для проверки теории, потому что в них измерения производились лишь на одной длине волны в области максимума. Но новые измерения подтвердили, что спектр излучения на самом деле достаточно хорошо согласуется с планковской кривой по обе стороны максимума.

Температура, отвечающая этой кривой, равна 2,7 К. Сейчас не остается сомнений в том, что космический фон микроволнового излучения есть остаток тех фотонов, которые когда-то сыграли свою роль в процессе эволюции Вселенной.

Но даже реликтовый фотонный газ не находится в точном тепловом равновесии. При тщательных измерениях выяснилось, что формула Планка описывает его спектр только с точностью до двух знаков. Это связано с взаимодействием фотонов с молекулами, рассеянными в космосе, с движением Земли относительно реликтового излучения и с разными другими факторами. Так что реликтовое излучение оказывается с точки зрения термодинамики менее идеальным, чем идеальный газ в лаборатории.

Итак выяснилось, что наша Вселенная представляет собой термостат, в котором поддерживается температура 2,7 К. Измерение температуры реликтового излучения в разных местах небосвода показывает, что скорость движения Солнечной системы относительно реликтового излучения составляет примерно 300 км/с. Для сравнения напомним, что скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца составляет 30 км/с.

Реликтовое излучение оказалось очень похожим на абсолютную систему, относительно которой можно измерять скорость космических объектов.

Температура реликтового излучения — еще не самая удивительная из коллекции температур. Совсем фантастически выглядит история с температурой черной дыры.

Эта история неожиданным образом началась еще в XVIII веке. В 1783 г. молодой английский физик Майкл заметил, что если существует звезда с очень большим радиусом (в 500 раз большим радиуса Солнца) и плотностью, равной плотности Солнца, то «...свет, излученный таким телом, будет возвращен обратно из-за собственной тяжести». Несколько позже то же самое повторил Лаплас (в 1799 г.). Предсказание, подтвержденное почти правильными (хотя и неверно выведенными) формулами, оправдалось в общей теории относительности.

Формула для радиуса звезды, для которой вторая космическая скорость равна скорости света (так что никакое тело и даже свет не может покинуть ее поверхность), имеет вид

$$R_{\text{гр}}=\left(\frac{8\pi}{3}\frac{\gamma\rho}{c^2}\right)^{1/2},$$

где γ — ньютоновская постоянная, а ρ — плотность тела. Если ввести массу тела $M=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, то последнее соотношение можно записать как соотношение между массой и радиусом:

$$R_{\text{гр}}=\left(\frac{2\gamma M}{c^2}\right)^{1/2}.$$

Величина $\frac{2\gamma M}{c^2}$ называется гравитационным радиусом тела $R_{\text{гр}}$. Он пропорционален массе звезды и равен, например, для Солнца 3 км.

Из теории эволюции Вселенной следует, что кроме фотонов во Вселенной должен существовать и нейтринный фон, температура которого (несколько более низкая, чем у фотонов) должна быть около 2 К. Как обнаружить такие «реликтовые» нейтрино, пока никто не знает. Это — трудная задача для будущих наблюдателей.

Около небесного тела, радиус которого R не превышает его гравитационного радиуса $R_{\text{гр}}$, происходят

странные события. Все тела, находящиеся вблизи такого небесного тела (на расстоянии меньше $3R_{гр}$, если тело движется медленно), падают на него и ни при каких условиях не могут вырваться обратно из огромного по величине поля тяжести. Для такого тела выбрали мрачное имя — «черная дыра». С поверхности черной дыры не могут выходить никакие сигналы или частицы.

В сильном гравитационном поле черной дыры изменяется частота фотона. На расстоянии $R_{гр}$ от центра черной дыры частота (а с ней и энергия) фотона обращается в нуль. Это можно понимать так, что на то, чтобы вырваться из гравитационного поля черной дыры, фотон должен затратить всю свою энергию и выходит «наружу» с энергией, равной нулю, т. е. просто исчезает. Странные события происходят и с телами, падающими на черную дыру. Падение сопровождается огромным выделением энергии, и это обстоятельство делает гипотезу черной дыры очень соблазнительной для астрофизики.

Черные дыры, возможно, играют роль в тех областях Вселенной, где выделяется очень много энергии: квазарах, ядрах галактик. До сих пор никто не понимает, откуда берется эта энергия. Может быть, основным источником энергии таких объектов являются черные дыры, масса которых в миллионы и в миллиарды раз больше массы Солнца и в которых, как в атомных бомбах, «сжигается» масса покоя согласно формуле $E = Mc^2$. Такая картина энергетического баланса выглядит достаточно внушительно. Есть основание считать, что двойная звезда X-1 в созвездии Лебедь имеет черную дыру в качестве невидимой компоненты. Однако все такие утверждения еще очень ненадежны, и о них пока не стоит говорить более подробно.

ПАРАДОКС ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Существование черной дыры само по себе парадоксально. Черная дыра ведет себя, как тело с температурой, равной абсолютному нулю, потому что с помощью черной дыры можно полностью превратить тепло в работу.

При падении на черную дыру тело может производить работу за счет энергии гравитационного притяже-

ния к черной дыре. Если какое-либо тело падает на черную дыру, то вся его энергия вместе с «энергией покоя» M_0c^2 (M_0 — масса покоя тела) может быть превращена в работу *).

Таким образом, на границе черной дыры полная энергия тела обратится в нуль. Можно сказать, что масса покоя тела погасится отрицательной потенциальной энергией тела в гравитационном поле черной дыры. В обычных земных условиях потенциальная энергия очень мала по сравнению с энергией покоя, так что масса падающего камня остается практически неизменной; при падении в поле черной дыры она обращается в нуль.

Закон тяготения действует так, что сила притяжения пропорциональна массе притягиваемого тела независимо от того, с чем связана эта масса. Горячий чайник немного тяжелее холодного; падая на черную дыру, горячий чайник выделит несколько больше энергии (на $\frac{1}{c^2}U$, где U — внутренняя энергия), чем холодный. Черная дыра работает как идеальный холодильник при $T = 0$ К, из которого никакими способами нельзя извлечь какой-либо энергии. Это значит, что КПД цикла с черной дырой в качестве холодильника, по Карно, будет равен единице. Возникает ситуация, очень напоминающая вечный двигатель второго рода, и уж во всяком случае нарушается теорема Нернста. Такой парадокс должен был неминуемо навести на мысль, что черная дыра не может иметь температуру $T = 0$.

Решение парадокса надо было искать в термодинамических свойствах черной дыры. Первая догадка состояла в следующем.

Если черная дыра имеет температуру, отличную от абсолютного нуля, то она имеет и энтропию. Если черная дыра сферически симметрична, не вращается и не заряжена, то энтропия может зависеть только от массы. Но энтропия — величина безразмерная, она не зависит от единиц измерения; численное же значение массы, конечно, зависит от того, в каких единицах мы ее измеряем — в граммах или в миллионах тонн. Энтро-

*) Эта работа реализуется в виде мощного излучения электромагнитных и гравитационных волн.

пия идеального газа определялась отношением объемов и отношением температур. По-видимому, и энтропия черной дыры должна определяться отношением ее массы к какой-то стандартной эталонной массе. Но какой? Как все же должно выглядеть выражение для энтропии черной дыры?

Качественное решение задачи было придумано Бекенштейном. Внимание его привлекла одна теорема общей теории относительности. Теорема утверждала, что, какие бы процессы ни происходили в системе, в которой есть черные дыры, суммарная площадь поверхностей черных дыр может только увеличиваться. Эта очень общая теорема похожа на теорему о возрастании энтропии. Площадь, так же как энтропия, величина аддитивная и, так же как и энтропия, зависит от массы черной дыры. Поэтому был соблазн предположить, что энтропия черной дыры просто пропорциональна ее площади A: $S \sim A$. Но как сделать энтропию безразмерной, если площадь A имеет размерность квадрата длины?

ЕДИНИЦЫ ПЛАНКА

В микромире нет своего масштаба длины. Из двух постоянных $\hbar$ и c нельзя составить величину с размерностью длины или времени. Для этого надо взять еще массу. Тогда длину можно, например, составить так: $\frac{\hbar}{mc}$.

В общей теории относительности также нет масштаба длины, так как его нельзя составить из γ и c. Но если привлечь на помощь массу, то длину можно составить так: $\frac{\gamma m}{c^2}$.

Объединим теперь обе длины $\frac{\hbar}{mc}$ и $\frac{\gamma m}{c^2}$, составив их геометрическое среднее $\left(\frac{\hbar\gamma}{c^3}\right)^{1/2}$. При этом масса сократится. Это и есть единица длины, предложенная Планком.

После того как Планк ввел две фундаментальные постоянные $\hbar$ и k, он заметил, что появилась возможность построить новую систему единиц, не связанную ни с какими искусственными эталонами. Это следующие

единицы:

$$\text{длина } l_P = \left(\frac{\gamma\hbar}{c^3}\right)^{1/2} = 5{,}110 \cdot 10^{-33} \text{ см},$$

$$\text{время } t_P = \left(\frac{\gamma\hbar}{c^5}\right)^{1/2} = 1{,}7016 \cdot 10^{-43} \text{ с},$$

$$\text{масса } m_P = \left(\frac{\hbar c}{\gamma}\right)^{1/2} = 6{,}189 \cdot 10^{-6} \text{ г},$$

$$\text{частота } \omega_P = \left(\frac{c^5}{\hbar\gamma}\right)^{1/2} = 0{,}5863 \cdot 10^{43} \text{ с}^{-1},$$

$$\text{энергия } \varepsilon_P = \left(\frac{\hbar c^5}{\gamma}\right)^{1/2} = 0{,}5563 \cdot 10^{16} \text{ эрг},$$

$$\text{температура } T_P = \frac{1}{k}\left(\frac{\hbar c^5}{\gamma}\right)^{1/2} = 4{,}029 \cdot 10^{31} \text{ К}.$$

Единицы Планка удобны при расчете таких систем, где существенны эффекты как квантовые, так и гравитационные.

Но единицы Планка не только удобны, они обладают принципиальной особенностью. Их существование означает, что в природе, во Вселенной есть естественные масштабы, связанные одновременно и с квантовыми и с релятивистскими свойствами мира. Постоянная Планка определила связь между энергией и частотой (масштаб кванта), скорость света — связь между массой и энергией (масштаб энергии). Естественно было предположить, что и единицы Планка определяют масштабы характеристик каких-то событий или объектов. Черная дыра (и ее энтропия) кажется удачным кандидатом для применения единиц Планка.

Предположим, что масштаб энтропии связан с постоянной длины l_P, т. е. что площадь поверхности черной дыры надо разделить на l_P^2 с каким-то коэффициентом, о котором, конечно, нельзя догадаться заранее. На основе таких, надо сознаться, не очень строгих рассуждений и была выдвинута гипотеза, что энтропия черной дыры должна иметь вид $S = \frac{\alpha A}{l_P^2}$, где коэффициент α надо вычислить из каких-то соображений особо. Такая догадка оказалась правильной. Коэффициент α был вычислен позднее Хоукингом. Он оказался равным $^1/_4$.

Зная энтропию, можно вычислить и температуру. Заменим площадь A ее выражением через гравитацион-

ный радиус:

$$A = 4\pi R_{\text{гр}}^2 = \frac{16\pi\gamma M^2}{c^4}.$$

Используя единицы Планка, можно теперь написать формулу для энтропии:

$$S = 16\pi\alpha\left(\frac{M}{m_{\text{P}}}\right)^2.$$

Температура запишется в виде

$$T = \frac{1}{32\pi\alpha}\cdot\frac{m_{\text{P}}}{M}T_{\text{P}}.$$

Исключая из этих формул массу, будем иметь

$$ST^2 = \frac{1}{16\pi}.$$

Такое уравнение состояния ни на что не похоже. Из него следует, что чем выше температура, тем меньше энтропия, а при абсолютном нуле энтропия обращается в бесконечность.

Отсюда можно заключить, что либо в наших рассуждениях грубая ошибка, либо с черной дырой происходит нечто серьезное и она не «доживает» до абсолютного нуля. Но в рамках классических представлений парадокс разрешить оказалось невозможным.

ИЗЛУЧЕНИЕ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Парадокс исчез, когда Хоукинг теоретически доказал, что вблизи черной дыры происходит рождение частиц. Неожиданным образом выяснилось, что теорема о возрастании площади поверхности черной дыры перестает быть строгой в квантовой механике и энтропия ее может уменьшаться за счет того, что вокруг нее создается поток фотонов, которые эту энтропию уносят.

Очень большой потенциал гравитационного поля вблизи черной дыры приводит к тому, что на ее поверхности рождаются пары фотонов (и другие частицы). Энергия этих фотонов (как и всех частиц вблизи черной дыры) равна нулю, поэтому они могут родиться «из ничего», не нарушая закона сохранения энергии. После рождения пары фотонов один из них уходит

в черную дыру *), а второй за счет освободившейся энергии улетает на бесконечность. Система работает как блок: один груз опускается, а за его счет поднимается другой. Результатом этого процесса будет уменьшение массы черной дыры (а значит, и ее поверхности), эквивалентное энергии улетевших фотонов.

Теория этого процесса очень сложна. Но результат был интересным. Черная дыра излучает фотоны, спектр которых совпадает с распределением Планка, отвечающим температуре (в единицах Планка, т. е. $m_P = 1$ и $T_P = 1$):

$$T = \frac{1}{8\pi}\frac{1}{M}.$$

Из этой формулы следует, что коэффициент $\alpha = {}^1/_4$.

Таким образом, черная дыра излучает как идеальное черное тело (неожиданно реализованное в космосе с очень большой точностью).

ГИБЕЛЬ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Теперь становится ясным источник парадокса. Черная дыра — система неустойчивая, неравновесная, поэтому и понятие о температуре черной дыры — понятие не вполне точное. Температура черной дыры растет с уменьшением массы; рождение пар приводит к уменьшению массы, а следовательно, и к повышению температуры. С ростом температуры интенсивность излучения увеличивается, и температура возрастает еще больше. В конце концов черная дыра должна сгореть совсем, причем сгореть за конечное время.

Расчет времени сгорания несложен. Несколько огрубляя схему, можно воспользоваться для этого формулой Стефана — Больцмана для излучения с единицы поверхности черной дыры и умножить результат на площадь поверхности.

Ответ получается такой. Время жизни (в секундах) черной дыры с массой M (в граммах) таково:

$$\tau = 2 \cdot 10^{-27} M^3.$$

*) Можно (не очень строго) говорить, что фотоны, проваливаясь в черную дыру, приобретают отрицательную (потенциальную) энергию.

Из этой формулы видно, что для $M = 10^{15}$ г время жизни $\tau = 2 \cdot 10^{18}$ с, что примерно равно возрасту Вселенной. Для больших масс время жизни возрастает.

Черные дыры с массой порядка массы Солнца (10^{33}) имеют практически бесконечное время жизни. Температура таких черных дыр будет очень мала. Формулу для температуры можно написать так:

$$T = \frac{10^{26}}{M\,(\text{г})}.$$

При $M = 10^{33}$ г $T = 10^{-7}$ К.

Для всех небесных тел, а тем более для гипотетических гигантских черных дыр, которые, может быть, питают энергией Вселенную, температура практически равна абсолютному нулю. Эти объекты ничего не излучают: они — идеальные холодильники, которые позволяют реализовать цикл Карно с коэффициентом полезного действия, почти равным единице.

История с черной дырой поучительна. Поведение черной дыры (чисто теоретическое) противоречило основным началам термодинамики. Выход обнаружился в квантовой механике. Такая же история была с третьим началом, которое было постулировано Нернстом. Только после появления формулы Больцмана и квантовой механики стала ясной связь третьего начала с фундаментальными законами физики.

Законы микромира оказываются необходимыми для объяснения таких явлений, которые, казалось бы, относятся к макромиру. Взаимная связь между разделами физики столь сильна, что почти невозможно изменить что-либо в одном месте, не нарушив гармонии всей физической картины мира. Именно поэтому оказались безуспешными попытки исправить теорию относительности или дополнить квантовую механику. Неизбежность этих теорий демонстрируется всей современной физической картиной мира.

НОВЫЙ ПАРАДОКС

Черные дыры с массой меньше 10^{15} г должны были давно сгореть. Есть ли черные дыры с большей массой, пока неизвестно.

Теоретические свойства черных дыр столь неожиданны, что интересно проследить за возможной судьбой маленькой черной дыры.

Излучение фотонов уносит массу и энтропию. Температура черной дыры повышается. Рассмотрим черную дыру с массой 10^{15} г. Эта масса отвечает температуре 10^{11} К. Энергия фотонов при такой температуре будет иметь порядок величины $kT \sim 10$ МэВ. Такие фотоны могут рождать пары электрон — позитрон (массе такой пары отвечает энергия ~ 1 МэВ). Когда масса черной дыры станет еще в 1000 раз меньше и энергия фотонов возрастет в 1000 раз, начнется рождение и тяжелых частиц. Радиус черной дыры (при массе 10^{12} г) будет равен примерно $3 \cdot 10^{-14}$ см, т. е. примерно радиусу элементарных частиц. Здесь уже таится коварная ловушка. Когда черная дыра была еще большой, она в основном состояла из нуклонов — протонов и нейтронов. Но число нуклонов должно в природе сохраняться (также сохраняется и число электронов). При этом счет числа частиц ведется так, что пары частица — античастица отбрасываются. Говорят, что нуклоны имеют нуклонный заряд, равный единице, а антинуклоны — минус единице. Тогда сохранение числа нуклонов формулируют как сохранение барионного заряда:

N (нуклонов) $-$ N (антинуклонов) $=$ барионный заряд.

Черная дыра, сгорая и уменьшаясь в размерах, не может уменьшить число нуклонов. В системе с размерами 10^{-14} см должно содержаться столько же нуклонов, сколько их было в звезде с массой 10^{15} г.

Это кажется невероятным. Еще труднее понять, как могут нуклоны исчезнуть. Если барионный заряд не сохраняется, то проблемы нет. Черная дыра сгорит, и барионный заряд Вселенной уменьшится. Черная дыра представляется тогда неким механизмом, который «перерабатывает» тяжелые частицы в излучение. Такое решение выглядит странным.

Если же барионный заряд сохраняется, то непонятно, какова будет судьба остатка черной дыры с огромным барионным зарядом и малой массой. По-видимому, свойства такой системы не могут быть описаны без новых идей.

Вопрос о том, стабилен ли протон, может ли он превратиться, например, в позитрон, оказался сейчас в центре дискуссий в физике элементарных частиц. Есть довольно веские основания ожидать, что протон

в обычных условиях может превратиться в позитрон, только с очень малой вероятностью. Время только распада, по очень грубой оценке, составляет 10^{31} — 10^{33} лет.

Сейчас начали строить первые экспериментальные установки для проверки теоретических предсказаний.

Термодинамика, примененная к черным дырам, привела к очень глубоким новым проблемам.

ОХЛАЖДЕНИЕ ПУЧКА АНТИПРОТОНОВ

Неожиданно и очень эффектно понятие температуры было использовано в идее создания протонных и антипротонных пучков, высказанной Г. Буккером.

Много лет назад, обсуждая происхождение космических лучей, Ферми рассматривал возможность ускорения частиц хаотическими магнитными полями в космосе. Возник вопрос, будут ли частицы ускоряться или замедляться, пролетая «магнитные облака». В статье Ферми по этому поводу написано: «Рассмотрим теперь быструю частицу, движущуюся среди таких блуждающих магнитных полей. Если этой частицей является протон с энергией несколько Гэв, то он будет двигаться вокруг силовой линии по спирали с радиусом около 10^{12} см до тех пор, пока не произойдет «соударение» с неоднородностью магнитного поля. При этом протон отражается несколько беспорядочным образом: в результате соударения может произойти как выигрыш, так и потеря энергии. Однако выигрыш энергии более вероятен, чем потеря. К этому выводу легче всего прийти, если заметить, что в конечном счете должно установиться статистическое распределение между степенями свободы блуждающих полей и степенями свободы частицы. Ясно, что равномерное распределение (по степеням свободы) соответствовало бы невообразимо высокой энергии...». В идеальном случае энергия протона должна была бы сравняться с энергией грандиозного облака. Этого, конечно, не произойдет.

Дальше в статье Ферми обсуждаются причины, которые не дадут установиться статистическому тепловому равновесию. Можно сказать, что передача тепла от блуждающих полей к протонам будет происходить очень медленно, по направлению потока энергии от полей к протонам устанавливается безошибочно. Красивое

рассуждение, основанное на аналогии с выравниванием температуры, позволило просто получить качественное решение трудной задачи.

Похожие рассуждения привели Г. Будкера к идее, которую сейчас проверяют на ускорителях. Пучок антипротонов, получаемый на ускорителе, состоит из частиц, импульсы которых разбросаны по направлениям. Это значит, что у частиц существует случайно распределенный поперечный импульс, причем ширина этого распределения довольно велика. Надо уменьшить этот разброс. Импульс в направлении пучка (продольный импульс) также несколько разбросан по величине, но этот разброс нас не интересует — он замаскирован большим упорядоченным импульсом частиц в пучке.

Распределение поперечных импульсов можно характеризовать некоторым подобием температуры. Чем больше разброс, тем больше «поперечная» температура пучка.

Идея состояла в том, чтобы вместе с пучком антипротонов, в смеси с ним, направить пучок электронов. Пучок электронов может быть сделан с очень малым разбросом поперечных импульсов, т. е. он будет иметь низкую «поперечную» температуру. Но если разброс импульсов у электрона мал, то электроны находятся в более упорядоченном состоянии (это и значит, что их поперечная температура мала, а у тяжелых частиц разброс велик — их температура выше) и возникает поток тепла от антипротонов к электронам. Поэтому пучок антипротонов будет «охлаждаться», а электронный пучок — «нагреваться». Разброс поперечных скоростей антипротонов будет уменьшаться. Это заключение можно было сделать, совсем не рассматривая подробности процессов взаимодействия антипротонов и электронов.

Такой способ коллимирования пучка антипротонов обещает быть эффективным. Для протонов метод охлаждения может сильно упростить работу по созданию «хороших» пучков, а для антипротонов без охлаждения вообще не видно путей к созданию пучка, пригодного для опытов.

«Холодильник» Будкера представляет собой самый удивительный из холодильников.

Конечно, использование понятия температуры для таких необычных систем, как частицы в космических лучах или пучки частиц, вылетающих из ускорителя, — идея очень красивая. Но у этой идеи есть один дефект: описанные системы на самом деле никакой температуры не имеют, как нет ее у толпы, выходящей после футбольного матча со стадиона. Температура — это характеристика системы, находящейся в тепловом равновесии. Мы знаем, что в тепловом равновесии не все частицы (не все степени свободы) имеют одинаковую энергию. Напротив, значения энергии частиц разбросаны вокруг некоторого среднего значения. Мы говорили уже о таком разбросе и характеризовали его специальной величиной — дисперсией δ (ε), которая пропорциональна температуре системы. Мы даже говорили, что дисперсия может служить мерой температуры. Однако то, что верно для системы в тепловом равновесии, не обязательно верно для других случаев.

Разброс энергии частиц в пучке можно описывать дисперсией, но этой дисперсии нельзя, строго говоря, сопоставить никакой температуры. Тем не менее утверждение о том, что энергия перетекает от системы с большим разбросом энергии (с большой дисперсией) к системе, у которой дисперсия меньше, в большинстве случаев правильно. Можно вычислить, что при таком процессе возрастает энтропия, а только она управляет течением тепловых процессов в природе. Именно поэтому можно заменять слово «дисперсия» словом «температура» и не впадать в ошибку. Но это можно делать лишь до поры, до времени. Если две системы имеют равные дисперсии, но не находятся в тепловом равновесии (хотя бы одна из них), то между ними может существовать поток энергии. Этого не могло бы быть, если бы у систем были одинаковые температуры. В какую же сторону будет происходить передача энергии? Ответить на этот вопрос можно, лишь подсчитав изменение энтропии. Передача энергии будет происходить так, чтобы энтропия увеличивалась. Управляет процессами энтропия, температура же в этом смысле понятие не столь общее. Не лишним будет отметить, что похожие замечания надо было сделать и при рассказе об отрицательных температурах и о неравновесном заселении уровней энергии.

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Нас уже не должно удивлять, что в одном объеме могут существовать разные температуры. Потоки тепла (или энтропии) от спинов к решетке, от магнитных облаков к протону и многие другие примеры иллюстрируют процессы установления теплового равновесия, когда тепло передается от более хаотической системы (большие T) к более упорядоченной (малые T). Первым примером такого процесса было броуновское движение. Оно было открыто в 1827 г. английским ботаником Броуном, который в своей статье (1828 г.) описал беспорядочное движение маленьких пылинок в жидкости, наблюдаемое в сильный микроскоп.

Интересно, что это явление почти сразу связали с движением молекул жидкости, но потом почему-то эта точка зрения была отвергнута, и даже в начале нашего века броуновское движение стали объяснять потоками в жидкости.

В 1905 г. в Энциклопедическом словаре Брокгауза и Ефрона было написано: «Долгое время многие думали, что явление обусловливается действительным молекулярным движением внутри жидкости. Такого мнения придерживался еще в 1863 г. Винер. Но тотчас же после открытия явления высказывались и другие взгляды на причину его ...». Так что от проблемы броуновского движения предпочитали отворачиваться. Поэтому, когда в 1905 г. появилась работа Эйнштейна «О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц», в ней не было даже ссылки на броуновское движение. Теория собственно броуновского движения содержалась лишь в публикации следующего года.

Суть теории броуновского движения состоит в том, что в тепловом равновесии (в классической кинетической теории газов) все степени свободы следуют на равных основаниях закону равнораспределения.

Пылинки в жидкости образуют систему — идеальный газ частиц, хотя и не взаимодействующих между собой, но взаимодействующих с частицами жидкости, в которой они плавают.

Вообразим себе, что все эти пылинки остаются неподвижными. Это означало бы, что температура «газа» из пылинок была бы равна абсолютному нулю. Тогда с необходимостью возникнет поток тепла от жидкости

к пылинкам, который не прекратится до тех пор, пока на каждой степени свободы пылинки не накопится энергия, равная $\frac{1}{2}kT$. Пылинка будет участвовать в тепловом движении наравне с частицами жидкости.

Рассматривая пылинку — шарик с радиусом r_0, движущуюся в жидкости с коэффициентом вязкости η, Эйнштейн получил формулу для среднего квадрата ее смещения (t — время):

$$\langle \Delta^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{kT}{8\pi\eta r_0} t.$$

Еще до работы по теории броуновского движения Эйнштейн обратил внимание на то, что из наблюдения движения растворенных молекул в жидкости (т. е. из измерений коэффициента диффузии) можно определить число Авогадро. Для этого надо найти из опыта k и воспользоваться известным значением газовой постоянной $N_{\text{A}} = \frac{R}{k}$. Эйнштейн это и сделал. Полученное им значение $N_{\text{A}} = 3{,}3 \cdot 10^{23}$ близко совпало с принятым тогда значением. Расчет Эйнштейна был ярким доказательством реальности молекул, в чем в 1905 г. еще многие сомневались *).

Из формулы для среднего квадрата смещения мы видим, что, измеряя смещение пылинки, можно определить температуру жидкости. Этот способ должен быть в принципе очень обещающим. Пылинки — это идеальный газ. Тепловое равновесие устанавливается быстро. Трудно только точно измерить Δ^2.

Можно рассмотреть и другие примеры броуновского движения. Например, вместо пылинки можно рассмотреть шарик с радиусом r_0, который может не только двигаться поступательно, но и вращаться. Можно вычислить средний квадрат угла поворота шарика вокруг своей оси $\langle \theta^2 \rangle_{\text{ср}}$. Эйнштейн дал следующую формулу:

$$\langle \theta^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{kT}{4\pi\eta r_0^3} t.$$

---

*) Полезно отметить, что среднее смещение пылинки — это среднее по времени, вычисленное для одной пылинки. Эйнштейн использовал, как мы знаем, среднее по времени, а не среднее по частицам, как считали в то время в кинетической теории газов. Это позволило ему решить задачу о броуновском движении.

Шарик может служить термометром, причем для измерения отношения температур не надо знать даже значение k.

Нетрудно получить аналогичную формулу для шарика, который закреплен на невесомой пружинке с коэффициентом упругости α. Приравнивая среднюю потенциальную энергию шарика (как для частицы в газе) обычной величине $\frac{1}{2}kT$:

$$\frac{\alpha}{2}\langle x^2\rangle_{\text{ср}} = \frac{1}{2}kT,$$

получим для среднего квадрата смещения $\langle x^2\rangle_{\text{ср}} = \frac{kT}{\alpha}$. Приделайте сбоку от шарика шкалу — и термометр готов!

ФЛУКТУАЦИЯ

Говоря о температуре, энтропии, мы следовали взглядам термодинамиков прошлого века. Предполагалось, что эти величины имеют строго заданное значение в каждой точке и в состоянии теплового равновесия температура и давление строго постоянны по объему. Эти предположения лежали в основе и первого и второго начала термодинамики.

На самом деле, конечно, все величины изменяются со временем и с координатами. Выводя формулу для давления газа на стенку, мы говорили лишь о среднем давлении. Если бы можно было следить за давлением подробнее, измеряя его через каждые τ секунд (где τ так мало, что число ударов о стенку за время τ было бы небольшим), то прибор показал бы, что давление все время колеблется, флуктуирует. Так как давление пропорционально плотности энергии в единице объема, то с его изменением изменится также и энергия. Флуктуации энергии (как и других величин) удобно было бы характеризовать отклонением ее величины от средней: $(\varepsilon - \varepsilon_0)_{\text{ср}}$. Но эта величина в среднем равна нулю *). Поэтому естественно характеризовать флуктуации средним значением квадрата этой величины:

$$\delta(\varepsilon^2) = \langle(\varepsilon - \varepsilon_{\text{ср}})^2\rangle_{\text{ср}} = \langle\varepsilon^2\rangle_{\text{ср}} - \langle\varepsilon\rangle^2_{\text{ср}}.$$

*) Отклонение в меньшую сторону и отклонение в бо́льшую сторону взаимно компенсируются.

Эта величина называется средней квадратичной флуктуацией. Именно о ней обычно идет речь, когда говорят о флуктуациях. Вычислять флуктуации — дело трудное, и мы приведем только несколько окончательных результатов.

Для флуктуации давления получается формула

$$\delta(p^2) = \frac{c_p}{c_V}\frac{p^2}{N},$$

или

$$\frac{\delta(p^2)}{p^2} = \frac{c_p}{c_V}\frac{1}{N},$$

где N — число частиц в системе. Это и есть оценка точности самого понятия давления. Так как N обычно очень велико, то флуктуации давления обычно очень малы. Аналогичная формула для флуктуаций температуры одноатомного газа имеет вид

$$\frac{\delta(T^2)}{T^2} = \frac{3}{2}\frac{1}{N}.$$

Такие формулы показывают, сколь точны в обычных условиях термодинамические понятия. Обе формулы — для флуктуации давления и для флуктуации температуры — почти совпадают. Обе они утверждают, что точность этих понятий растет, как корень квадратный из числа частиц:

$$\frac{\delta(p^2)}{p^2} \sim \frac{\delta(T^2)}{T^2} \sim \frac{1}{N}.$$

Так, для 1 мм^3 газа (при давлении 1020 гектопаскалей) $N \approx 10^{-16}$ и относительные флуктуации составляют примерно 10^{-16}. Значит, для такого количества газа давление и температура имеют точный смысл.

Но мы начали разговор о флуктуациях не только для обоснования привычных понятий, а для того, чтобы найти способ измерения температуры. Написанные выше формулы ничего нам в этом смысле не добавляют, так как измерять флуктуации термодинамических величин очень трудно. Дело становится несколько проще, если перейти к величинам электрическим.

В электрической цепи, в которой нет э. д. с., ток не идет. По крайней мере, это следует из закона Ома. В действительности это не совсем так. Вернее, это утверж-

дение строго справедливо лишь при абсолютном нуле, когда нет флуктуаций. При других температурах возникает случайный ток, тепловое движение электронов случайно становится упорядоченным.

Величина флуктуаций тока была вычислена Найквистом в 1927 г. Возникающий ток не может быть, естественно, постоянным, а с разной вероятностью возникает ток разной частоты. Вместо тока можно говорить о флуктуационной э. д. с. При частоте ω такой, что $\hbar\omega \leqslant kT$, она определяется формулой

$$\langle \varepsilon_\omega^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{T}{\pi} R(\omega),$$

где $R(\omega)$ — сопротивление цепи при частоте ω. На флуктуационную э. д. с. можно смотреть как на свидетельство тепловых колебаний электромагнитной системы. Полученная формула уже может служить основой для измерения температуры. Однако физики, занимающиеся устройством температурной шкалы, нашли еще лучший метод.

Для того чтобы понять, о чем будет идти речь, надо сначала объяснить, что такое шум, точнее, что такое белый шум.

Вернемся к проводнику, находящемуся при температуре T. Пусть теперь по нему течет ток, который питает, например, обмотки магнита микрофона; это простейшая схема телефонной линии. Из-за тепловых эффектов на ток, несущий какую-то полезную информацию, наложатся случайные переменные токи, которые будут восприниматься микрофоном и создавать шумовой фон. Такой шум можно представить спектром зависимости интенсивности сигнала от частоты. Если этот спектр отвечает хаотическим помехам, то шум называют белым — белый шум не несет никакой информации, кроме информации о температуре. Шум сопутствует любому электромагнитному явлению. Его не обязательно регистрировать микрофоном и воспринимать как звук. Шумом и, в частности, белым шумом называют флуктуацию любой физической величины. Выбирая разные явления, можно, наконец, найти идеальный (по крайней мере с точки зрения теории) метод измерения температуры.

К сожалению, как всякий современный прецизионный метод, метод измерения шумов имеет сложную тео-

рию, и можно лишь в виде примера сообщить, что, измеряя шумы в так называемом переходе Джозефсона (два сверхпроводника, разделенные тонким слоем изолятора), удалось измерить температуру плавления гелия по абсолютной шкале с точностью до пяти знаков.

ДЕМОН МАКСВЕЛЛА

Мы закончим наш рассказ последним парадоксом, который много лет служил темой дискуссий и который очень хорошо проверяет «на прочность» статистическую физику и ее отношение ко второму началу термодинамики. В термодинамике все было ясно: процессы идут так, что энтропия возрастает, и никакого способа нарушить этот закон нет. Но если на атомы и молекулы вещества смотреть как на материальные точки, которые подчиняются законам механики, справедливость закона возрастания энтропии становится, по меньшей мере, подозрительной. Раз уж можно смешать порцию атомов, движущихся быстро (высокая температура), с атомами, движущимися медленно (низкая температура), и получить систему атомов, движущихся так, что их распределение описывается распределением Максвелла с некоторой средней температурой, то почему нельзя сделать и обратную процедуру — разделить каким-то образом быстрые и медленные атомы? Механике такая затея никак не противоречит. Может быть, механика позволит как-то обойти второе начало термодинамики?

Проблема лучше всего выясняется, если призвать на помощь демон Максвелла.

Вообразим себе маленькое существо, которое может видеть атомы. Посадим такого демона в ящик с газом и, устроив в стенке ящика маленькое отверстие с дверцей, научим его профессии швейцара: открывать дверцу, когда к ней подлетает быстрый атом, давая атому вылететь, и закрывать ее, когда к дверце подлетает атом медленный. Какой атом считать быстрым и какой медленным — предоставим ему решать самому. Наделим только его возможностью очень быстро измерять скорость подлетающих атомов. Через некоторое время обнаружится, что средняя скорость атомов в ящике уменьшилась — газ охладился. Работа демона привела к нужному результату.

Однако результат этот не слишком противоречит и термодинамике. Если бы мы без всякого швейцара просто открыли дверцу, то быстрые атомы вылетели бы сами по себе в большем количестве, так как таких атомов больше подлетает к дверце; атомы с очень маленькой скоростью вообще не подходили бы к дверце. Газ при расширении в пустоту охлаждается; это известно и из термодинамики.

Чтобы получить новый результат, надо изменить инструкцию, данную швейцару. Надо просить его открывать дверцу перед медленными молекулами и закрывать перед быстрыми. В этом случае газ будет не охлаждаться, а нагреваться. Казалось бы, если законна первая инструкция, то почему бы не испробовать и другую?

С помощью демона, таким образом, можно построить простой прибор для нагревания, который не потреблял бы никакой энергии. Он просто делил бы газ на две части с разной температурой, но с той же суммарной энергией. Такой вечный двигатель второго рода ничуть не хуже «нормального» вечного двигателя. У него есть только один недостаток — он так же неосуществим.

Ясно, что дело в демоне и что ему приписаны какие-то свойства, противоречащие законам физики. Парадокс был разрешен Сциллардом в 1928 г.

Прежде всего выясним, какой величины должен быть демон по сравнению с размерами молекул.

Если бы демон состоял из одной или нескольких молекул, то он сам совершал бы броуновское движение и в его системе координат (скорость которой будет хаотически изменяться) ему трудно было бы измерить скорость других молекул и он не мог бы стоять все время около дверцы, чтобы вовремя ее открывать и закрывать. Отсюда следует сделать вывод, что демон должен быть маленький и тяжелый, чтобы он мог стоять около входа практически неподвижно. Но тогда нас ждет другая неприятность: удары молекул не смогут сдвинуть его с места, и чтобы почувствовать эти удары, измерить скорость этих молекул, у него в руках должен быть легкий прибор, который отзывался бы на эти удары, например легкая пластинка, подвешенная на нитке. Но какого размера должна быть пластинка? Если очень маленькая, то она не будет стоять неподвижно... И все рассуждения повторяются сначала.

Чтобы демон мог выполнять свои функции, надо его самого или его прибор держать при очень низкой температуре, например, охлаждая все время жидким водородом. Тогда его тепловое движение прекратится и он сможет измерять скорости молекул. К тому же ему не обязательно считать отдельные молекулы, и он может следить за флуктуациями потоков, открывая дверцу, когда температура немного повысится из-за флуктуаций.

Таким путем демон смог бы в принципе извлекать энергию из хаотического движения, но из этих его действий нельзя было бы извлечь пользу. Энергия, затраченная на охлаждение самого демона, на подавление его собственных флуктуаций, его броуновского движения, по меньшей мере была бы равна энергии, им заработанной *).

Получение любой информации в нашем мире требует затраты энергии.

Второй закон термодинамики нарушить нельзя. Это один из самых могучих законов нашего мира. Обойти этот закон нельзя и в электрической цепи. Было бы соблазнительно получить энергию, используя ток, случайно возникающий в замкнутой цепи. Здесь демоном могла бы служить простая электроплитка, которая бы нагревалась пропорционально квадрату тока (по закону Джоуля — Ленца). Поскольку никакой ток не может охлаждать плитку, то суммарный эффект будет всегда положительный: редко и немного, но плитка будет греться!

Новое рассуждение почти правильно. Мы на самом деле подошли к идее вечного двигателя второго рода. К сожалению, и здесь нам помешают флуктуации температуры самой плитки. Ее температура будет изменяться, хаотически увеличиваясь и уменьшаясь, независимо от величины тока.

Если же мы подавим флуктуации в плитке, поместив ее в холодильник, то идея сработает — тепло потечет от электрической цепи в холодильник, но это уже будет обычная тепловая машина с нагревателем — комнатой.

---

*) Серьезно говоря, это означает, что прибор для извлечения энергии из флуктуаций не может быть ни молекулярных размеров, ни макроскопических. В обоих случаях из него нельзя было бы извлечь никакой практической пользы.

Но из каждой истории надо уметь извлекать пользу. Есть она и в нашей истории. Так как никакой демон не может нарушить второго начала термодинамики, даже используя самые хитрые приспособления, то отсюда следует, что законы флуктуаций не могут зависеть от деталей приборов, а определяются лишь температурой, давлением и другими макроскопическими параметрами. Именно поэтому измерение флуктуаций оказывается самым лучшим решением старой задачи: как измерить температуру?

Мораль состоит в том, что никакое механическое приспособление не может помочь в преодолении ограничений, накладываемых общим законом возрастания энтропии.

ВВЕРХ ПО ШКАЛЕ ТЕМПЕРАТУР

Вернемся к идеальному газу. Шарики, не сталкивающиеся между собой, оказались хорошей моделью для описания многих свойств газа, который находится в тепловом равновесии. Эту модель и использовали физики прошлого века. Но тогда еще не знали, что атомы не шарики, а что это сложные системы, состоящие из многих частиц. Поэтому вполне уместно задать вопрос: до каких пор мы можем не думать о том, что в атомах есть электроны и ядра, а считать их просто материальными точками, имеющими только три степени свободы? Ответ связан с квантовой механикой. В атоме электроны движутся не свободно и нельзя, слегка толкнув их, добавить им энергию, подобно тому как атом изменяет свою энергию, сталкиваясь с другим атомом или со стенкой. Чтобы электроны в атоме изменили свое движение или, как принято говорить, изменили свое состояние, надо передать им не сколь угодно малую порцию энергии, а конечную, отвечающую энергии возбуждения атома. Атом (подобно тому как это было у спинов в магнитном поле) может находиться лишь в состояниях с определенной энергией. В обычных атомах энергия возбуждения составляет десятые доли электронвольта: меньшей энергии атом просто не может воспринять. Одна десятая электронвольта — это, примерно, 1000 К. При температурах такого порядка

многие тела начинают светиться, подтверждая этим факты возбуждения электронов.

При температурах, несколько бóльших (10 000 К и выше), электроны при столкновениях атомов могут отрываться от атомных оболочек и вместе с ионами вступать в состав газа. Идеальный газ при этом «кончается» и в сосуде оказывается смесь электронов и ионов, свойства которой будут весьма далеки от свойств газов, к которым мы привыкли при более нормальных температурах. Смесь ионов и электронов (к которой, конечно, примешиваются и нейтральные атомы) называют плазмой. Плазма была раньше довольно редким объектом исследования: с ней имели дело в газовом разряде и об ее свойствах мало кто знал. Сейчас плазму называют четвертым состоянием вещества, с ней имеют дело те, кто занимается ускорителями, астрофизики, и, особенно, ученые, занимающиеся проблемой освоения термоядерной энергии.

Термоядерная плазма еще более горячая, в нее входят нейтроны, выбитые из легких ядер,— ради нейтронов и сооружаются эти установки. Энергии нейтронов составляют тысячи электронвольт — миллионы градусов.

Конечно градусы здесь условные — полного теплового равновесия в такой плазме нет и речь обычно идет о характеристике средней энергии.

Термояд — не наша тема и мы лишь обратим внимание как в плазме с ростом температуры (т. е. энергии) в игру вступают все новые степени свободы — чем выше температура, тем больше частиц участвует в тепловом равновесии. С уменьшением температуры нейтроны «возвращаются» обратно в ядра, электроны «садятся» на свои орбиты; степени свободы вымерзают совсем так, как говорил Нернст, который, конечно, не мог и предполагать каким окажется механизм «замерзания степеней свободы». При еще бóльших температурах электроны и протоны рождаются из вакуума при столкновениях — это температура масштаба 10^9—10^{10} К. При температурах 10^{13} К рождаются нуклоны. Такие процессы бурно развивались на ранних этапах развития Вселенной.

Температуры, о которых мы сейчас говорим, измерять прямо невозможно. Нет термометра, который бы можно было «засунуть» в плазму.

Температуру оценивают по излучению, по энергии частиц, вычисляют... Но миллионы градусов в лаборатории сейчас становятся реальностью.

Можно, конечно, спросить: а в чем хранить нейтронный газ в миллион градусов? Вот это делать научились: газ «подвешивается» в вакууме сложной системой магнитных полей (их называют «бутылками», «пробками» и другими названиями).

В заключение зададим вопрос: о какой самой большой температуре имеет смысл разговаривать (конечно, не измерять)? Такая температура есть в списке планковских единиц. Это температура $T_P = 4 \cdot 10^{31}$ К или $4 \cdot 10^{27}$ эВ $= 4 \cdot 10^{18}$ ГэВ.

Плазма с такой температурой, как сейчас думают, существовала в самом начале развития Вселенной. Охлаждение такой сверхрелятивистской плазмы, сопровождающее фазовыми переходами, вело к современной Вселенной. Здесь начинается область науки и фантазии, в которую мы сейчас входить не будем *).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Почему до сих пор температуру измеряют в градусах, а количество тепла — в калориях, а не в единицах энергии — джоулях?

Физики неохотно расстаются со старыми величинами не только потому, что отдают дань привычке.

Хотя прошло много лет с тех пор, как Майер и Джоуль определили, сколько джоулей отвечает одной калории, измерить количество работы, отвечающей заданному количеству тепла, очень трудно, если это надо сделать точно. Идеальные процессы, описанные в книге, позволяют в принципе выполнить такое задание, но реализовать обратимый процесс с достаточной точностью до сих пор мы не умеем. Поэтому количество тепла лучше измерять тепловым способом, с помощью хорошего калориметра, а не с помощью механического прибора, производящего работу.

Так же обстоит дело и с температурой. Даже если бы мы могли достаточно точно измерить скорости всех молекул, то для того, чтобы вычислить из измеренного

*) Об этом увлекательно рассказано в книге: *С. Вайнберг.* Первые три минуты. — М.: Энергия, 1980.

распределения скоростей температуру, надо было бы произвести сложные расчеты, на точность которых трудно положиться. Только если газ идеальный и мы знаем, что распределение скоростей в нем описывается формулой Максвелла, задача становится простой. Но если газ идеальный, то проще использовать уравнение состояния и измерять температуру газовым термометром.

Тепловые единицы до сих пор остаются не похожими на единицы, используемые в механике. Связь их с механикой заключена в двух постоянных — механическом эквиваленте тепла, связывающем калорию с джоулем, и постоянной Больцмана, связывающей градус с джоулем.

Естественная тепловая шкала будет установлена тогда, когда физики научатся хорошо измерять работу в тепловом цикле (используя первое начало термодинамики) и устраивать цикл Карно для измерения отношения температур (используя второе начало термодинамики).

Обе эти задачи решаются при измерениях флуктуаций. Вероятность найти систему в каком-нибудь неравновесном состоянии связана непосредственно с абсолютной температурой. Но точные измерения флуктуаций — дело нелегкое, а формулы, связывающие измеряемые величины с температурой, совсем не так просты, как уравнение идеальных газов.

Так что пока физики продолжают довольствоваться условной единицей — калорией и условными опорными точками, которые дают возможность согласовывать термометры во всем мире.

Мы уже говорили, что за основную точку условились избирать тройную точку воды. Кроме этой точки при градуировке эталонных термометров используют и ряд других точек, температуры которых по определению считаются точными *).

Их значения, конечно, отвечают самым лучшим измерениям, однако уславливаются, что дальнейшие улучшения методов измерения не будут их изменять, так что практическая шкала температур будет отличаться от строгой термодинамической до тех пор, пока не будет решена задача об измерении количества тепла в джоулях.

*) Как уже говорилось, если установить одну опорную точку (и абсолютный нуль) с помощью цикла Карно, то все остальные точки можно измерить, а не задавать произвольно.

Приведем в заключение список некоторых опорных температурных точек, принятых в 1968 г. и предложенных в 1976 г.

Тройные точки:	воды	273,16	
	аргона	83,798	1968 г.
	кислорода	54,361	
	неона	24,559	1976 г.
Точка кипения	гелия	13,8045	
Температуры перехода в сверхпроводящее состояние:	свинца	7,1999	1976 г.
	индия	3,1416	
	алюминия	1,1795	
	цинка	0,851	
	кадмия	0,519	

Эта таблица дает представление о точности современной шкалы температур.

Яков Абрамович Смородинский

ТЕМПЕРАТУРА

(Серия: Библиотечка «Квант»)

Редактор *И. Г. Вирко*
Технический редактор *Н. В. Вершинина*
Корректоры *Е. В. Сидоркина, В. П. Сорокина*

ИБ № 11623

Сдано в набор 26.01.81. Подписано к печати 30.07.81. Т-23453. Формат 84×108¹/₃₂. Бумага тип. № 1. Литературная гарнитура. Высокая печать. Условн. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 8,33. Тираж 150 000 экз. Заказ № 1728. Цена 30 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Чкаловский пр., 15.